

# Étude d'un dispositif de réfrigération magnétique à géométrie linéaire

Yahya Radouan  
Numéro d'inscription : 14243

# La réfrigération en ville





# la réfrigération magnétique nous permet de

Avoir des  
systèmes  
plus  
durables

Réduire la  
consommation  
d'énergie

Éliminer les  
gaz  
polluants

Est-ce que la réfrigération magnétique est une technologie viable dans les villes ?

01

# L'effet magnétocalorique

# L'effet magnétocalorique (EMC)

$$S(T, B) = S_m(T, B) + S_{at}(T) + S_{el}(T)$$

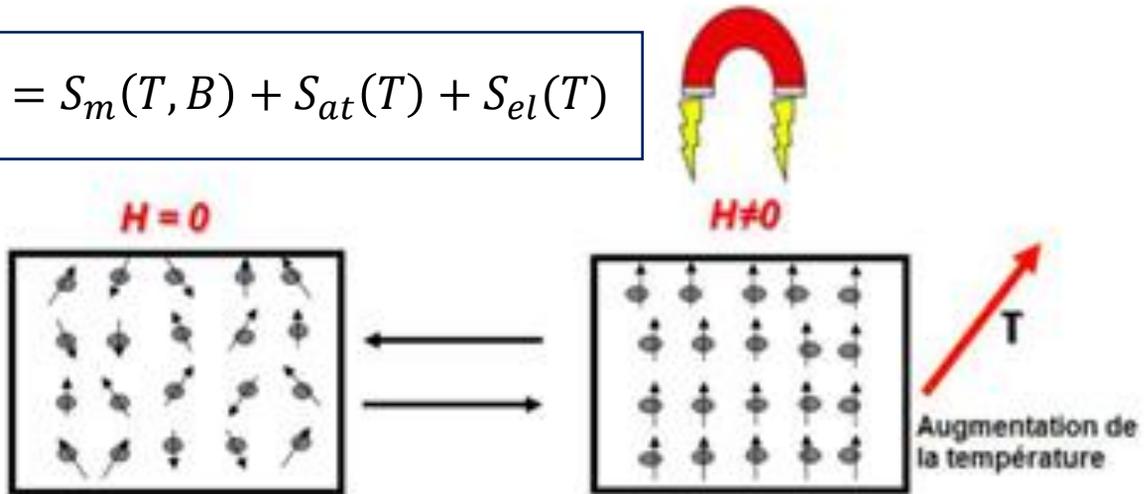


Figure 1: Principe de l'effet magnétocalorique

$T$  : la température du matériau  
 $B$  : l'intensité du champ magnétique appliqué.

# La réfrigération magnétique

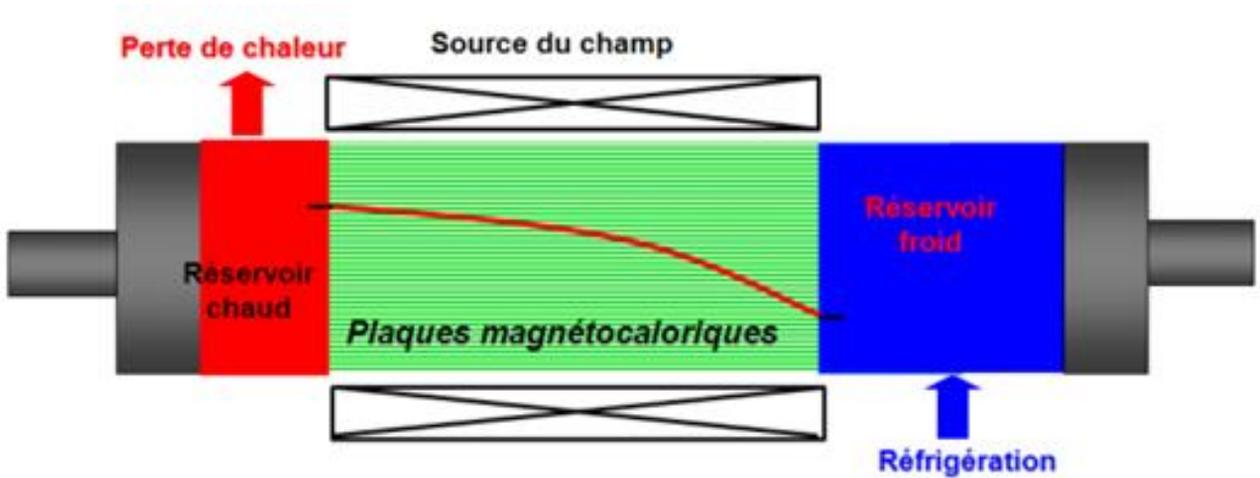


Figure 2 : Principe de la réfrigération magnétique

# Analogie entre la réfrigération conventionnelle et la réfrigération magnétique

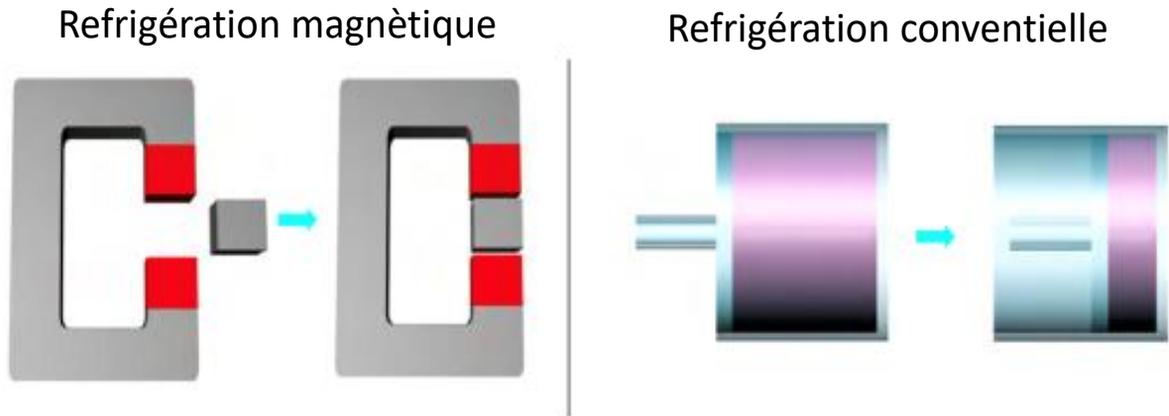
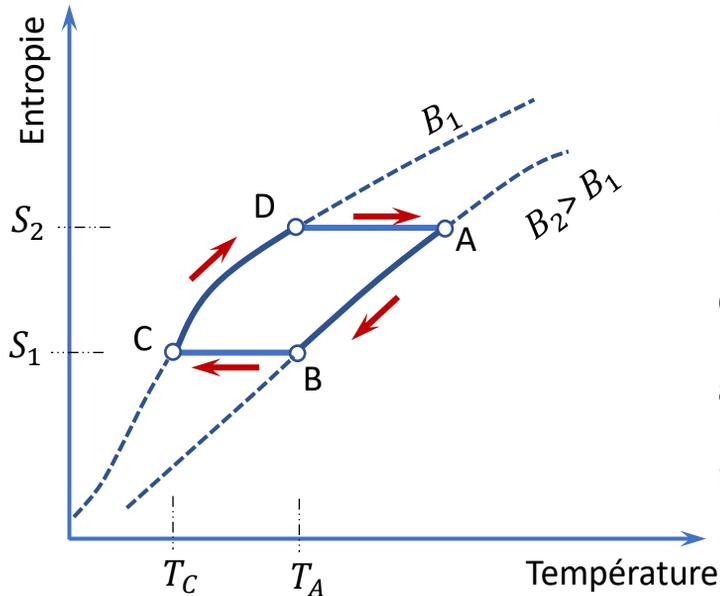


Figure 3 : schéma du principe des deux modes de réfrigération

# Le cycle AMRR

## Réfrigération Magnétique Active à Régénération



Le cycle AMRR d'un système de réfrigération magnétique se décompose en deux processus adiabatiques (D-A , B-C) et deux isochamps (A-B,C-D) [1]

Figure 4 : Cycle AMRR représenté en diagramme (S,T)

# Relation entre l'entropie et le champ magnétique

Par définition de différentielle :

$$dS = \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_B dT + \left( \frac{\partial S}{\partial B} \right)_T dB$$

D'après la relation de Maxwell [2] on a :

$$\left( \frac{\partial S}{\partial B} \right)_T = \left( \frac{\partial M}{\partial T} \right)_B$$

Ainsi :

$$\Delta S(T, \Delta B) = \int_0^{B_{max}} \left( \frac{\partial M}{\partial T} \right)_B dB$$

$$\Delta S = \sum_i \frac{M_{i+1} - M_i}{T_{i+1} - T_i} \Delta B_i$$

02

# Mesure des valeurs expérimentales

# Le gadolinium

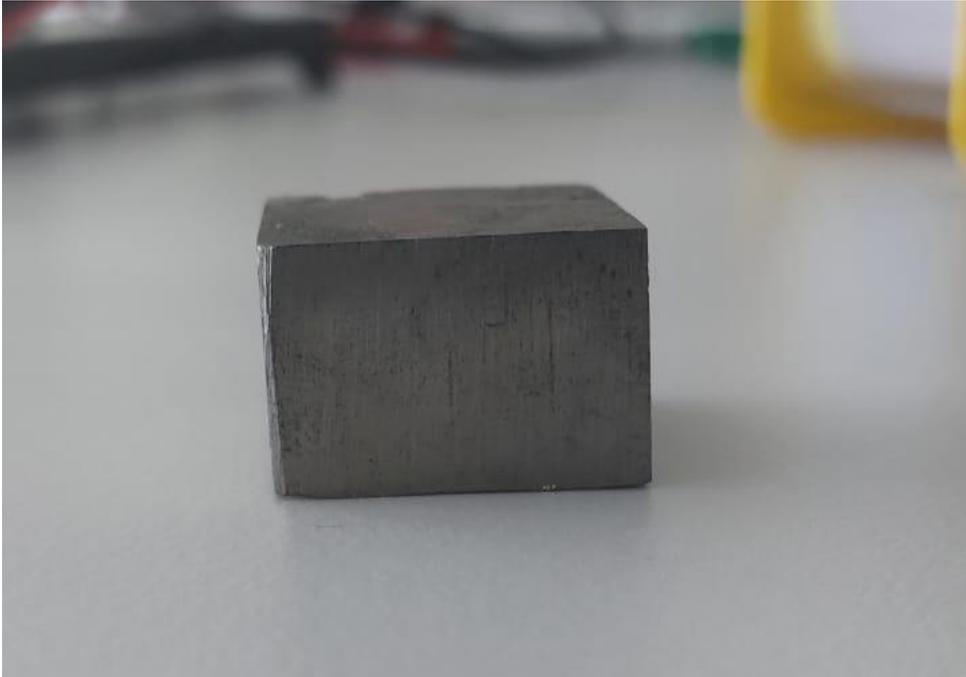


Figure 5 : L'échantillon du Gadolinium

# Mesure de l'aimantation

- Principe :

Un aimant de moment magnétique  $\vec{\mu}$  placé dans un champ  $\vec{B}$  subit le couple :  $\vec{\tau} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}$ .

On réalise un pendule simple avec l'échantillon. [3]

D'après le PFD, on a :  $\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{MVB}{J_{\Delta}}}$

- Hypothèses :
  - Le champ B et l'aimantation M sont considérés uniformes.
  - Approximation des petits angles.
  - L'effet de la pesanteur est négligé.

# Le montage



Rayon des bobines :  
 $R=6.5\text{cm}$

Le montage a été aligné de sorte que le champ magnétique terrestre n'influe pas.

Figure 6 : le dispositif expérimental

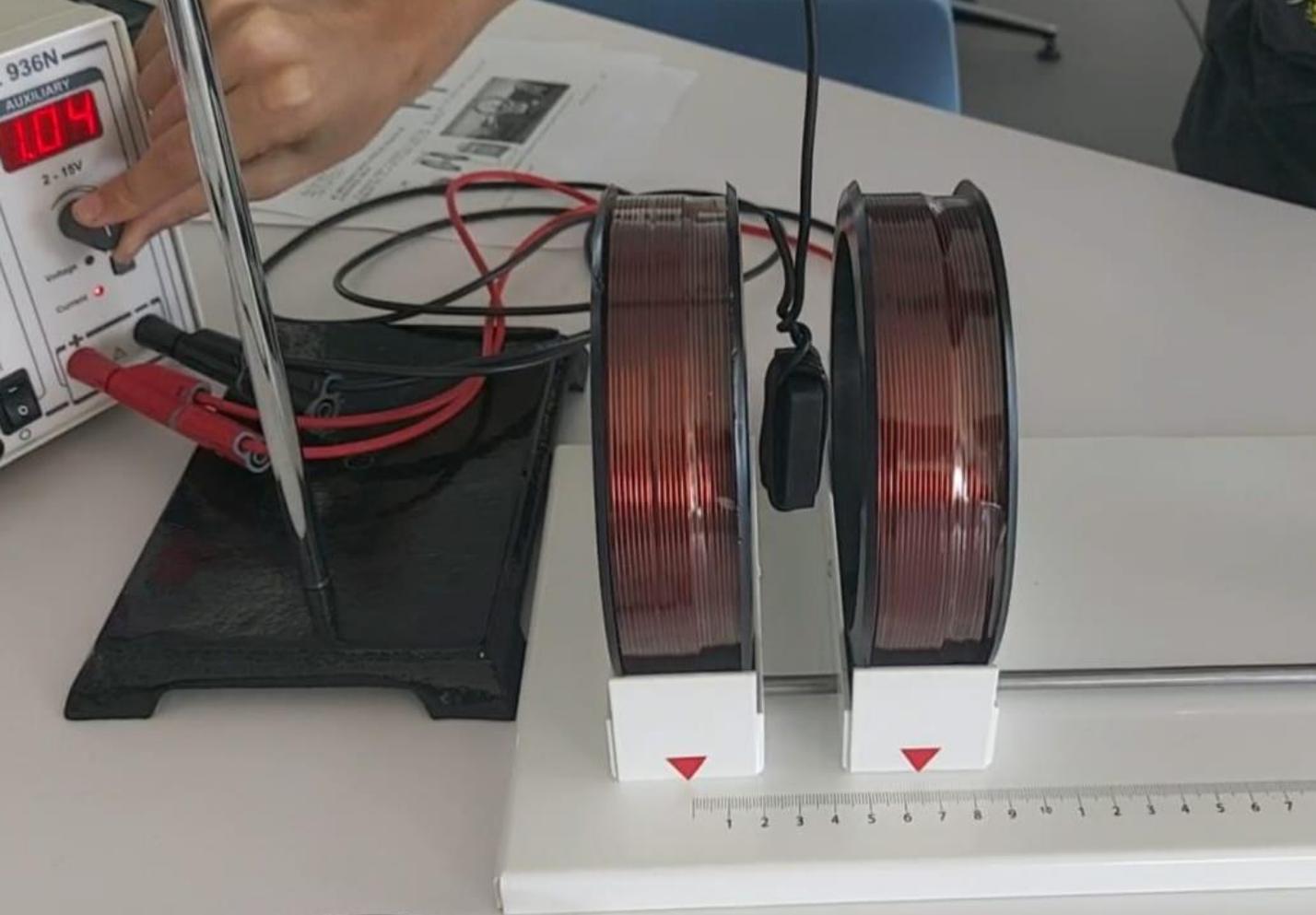


Figure 7 : Vue rapprochée du montage

# Analyse des résultats

- On trace :  $\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = f(B)$ .
- On réalise une régression linéaire.
- On calcule l'aimantation :  
$$M = (48,4 \pm 1,7) \cdot 10^4 \text{ A/m}$$
- Valeur raisonnable pour un aimant ferrite[4]

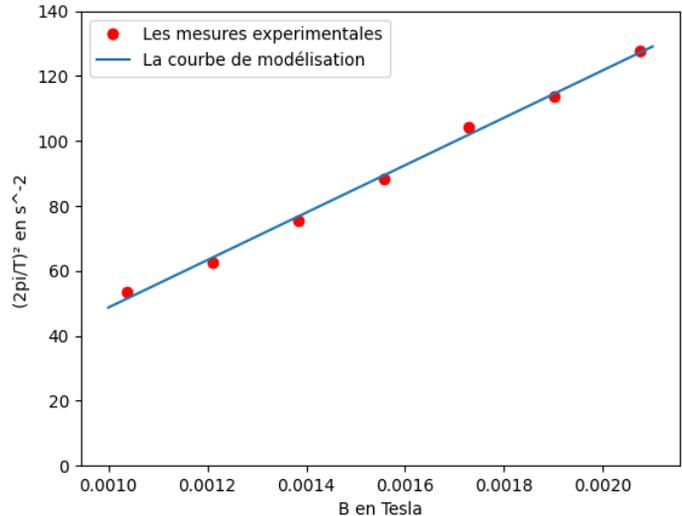


Figure 8:  $\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = f(B)$ .

$$y = 73079.3x - 24.39$$

coefficient de corrélation : 99%

# Mesure de l'EMC

- Le changement de température adiabatique n'est mesurable qu'au voisinage de la température de Curie
- Le matériel utilisé n'est pas assez précis pour d'autres conditions.

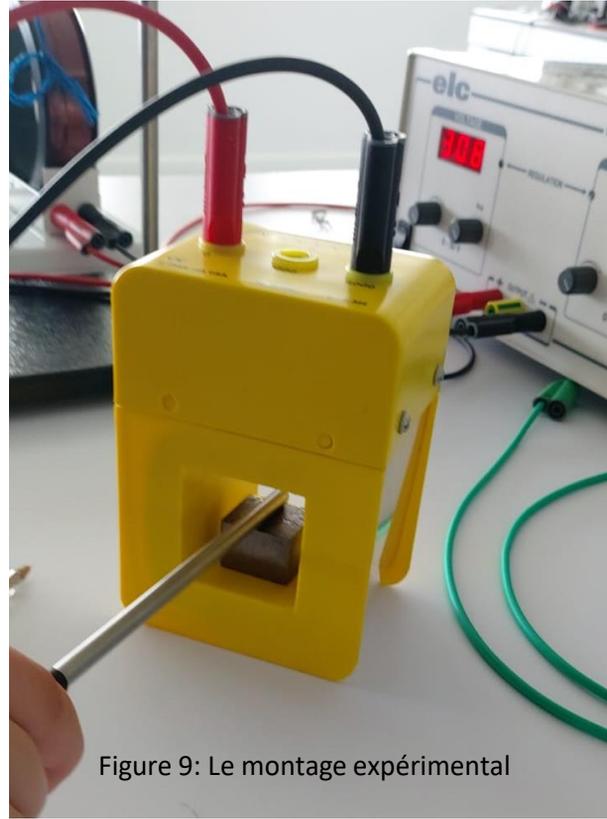
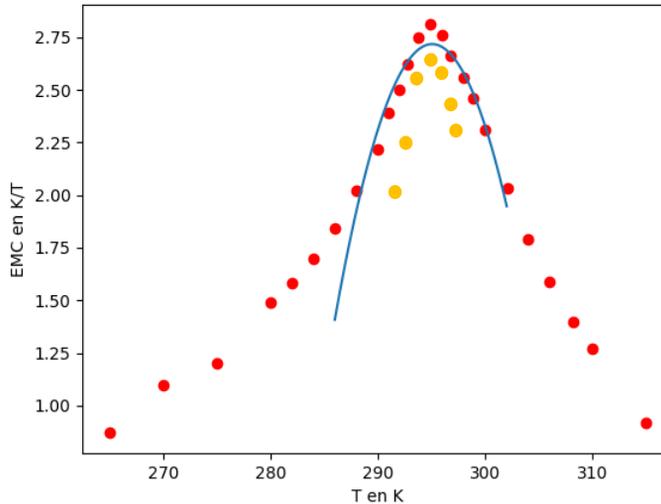


Figure 9: Le montage expérimental



$$EMC(B, T) = \frac{\partial T}{\partial B}$$

$$y = -0.0132 x^2 + 7.836 x - 1154.5$$

Le coefficient de corrélation est de 94%

Figure 10 : les valeurs expérimentales, en jaune sont nos mesures, en rouge celles fournies par M Balli.

03

# Le rendement d'un réfrigérateur magnétique

# La mise en situation

- Le gadolinium nous oblige à travailler proche de sa température de Curie.
- On utilise les valeurs standards[5] suivantes :

$$T_f = 16^\circ\text{C} \quad \text{et} \quad T_c = 26^\circ\text{C}$$

- On cherche à calculer le COP :  $\eta = \frac{Q_f}{W}$

# 1<sup>er</sup> Critère: choix de l'aimant

- On a deux choix :
  - Les électroaimants ;
  - Les aimants permanents.
- L'utilisation des bobines supraconductrices est une méthode efficace[6], mais peu pratique pour le quotidien.

# Le problème des électroaimants

Pour un seul solénoïde et en supposant :

- Inductance négligeable ;
- Cycle de fluide frigorigène qui dure 1s ;
- Travail de pompe négligeable[7] ;
- Thermalisation immédiate.

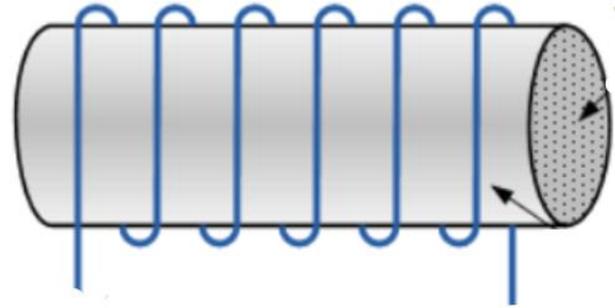


Figure 11: le cœur en gadolinium entouré d'une bobine

On obtient un rendement de 31%.

Pour les climatiseurs courants, cette valeur est comprise entre 40% et 60% [6].

# L'alternative: les aimants permanents

- Dans le cas d'un aimant permanent, l'aimantation/désaimantation doit se faire en déplaçant l'aimant par rapport au matériau.
- On utilise un moteur, son travail est celui utilisé pour calculer le rendement ( $W_{Pompe}$  toujours négligé).
- Un cas simple est étudié pour donner une minoration du COP.

# Le modèle du système

- On utilise un seul aimant rectangulaire tel que :
  - pour  $x = x_0 = 5\text{cm}$  :  $B_0 = 1\text{T}$ .
- Le Gd doit rester en contact avec l'échangeur, on déplace l'aimant.
- On va négliger les frottements, et considérer le Gd désaimanté pour  $B < 0.05 B_0$  [3].
- Le travail fourni par le moteur est le travail de la force magnétique [2].

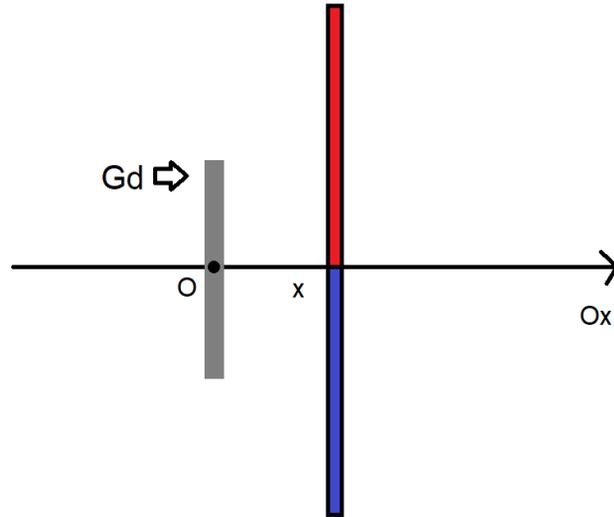


Figure 12: schéma du système, l'aimant est à la droite

# L'approximation dipolaire

- On considère  $l \ll x$  : approximation dipolaire.
- la condition précédente donne [8] :

$$\left(\frac{x_0}{x}\right)^3 < 0.05 \text{ puis } x_f = 2,63\text{m}$$

- Par analogie avec la force de Coulomb[8] :

$$F_{magnétique} = kq_{m1}q_{m2} \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+2l)^2} - \frac{2}{(x+l)^2} \right)$$

$$k = \frac{\mu_0}{4\pi}$$

$$q_m = \frac{\mu}{l} \text{ la charge magnétique}$$

- Donc :  $W = \int_{x_0}^{x_f} \vec{F}_{magnétique} \cdot \overrightarrow{dx}$

# Conclusion

- On obtient une valeur de  $W_{cycle} = 628,3J$ .
- Donc :  $\eta = \frac{Q_f}{W} = 1,02$

Soit un rendement de 51%, valeur comparable aux meilleurs dispositifs utilisés aujourd'hui.

Cependant, on a encore plusieurs problèmes :

- Le cout de 250 g de Gd pure est de l'ordre de 100 €. De même pour un aimant en néodyme de caractéristiques convenables[9].
- La valeur de  $x_f$  qu'on a trouvé (2,6 m) impose un grand encombrement pour le système.

Merci pour  
votre attention

# Bibliographie

1. Balli, M., Mahmed, C., Duc, D., Nikkola, P., Sari, O., Hadorn, J. C., & Rahali, F. (2012). Le renouveau de la réfrigération magnétique. *Revue Générale du Froid*, 102(1121), 45-54.
2. Balli, M., Sari, O., Mahmed, C., Besson, Ch., Bonhote, Ph., Duc, D., & Forchelet, J. (2012). A pre-industrial magnetic cooling system for room temperature application. *Applied Energy*, 98, 556-561. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2012.04.034>
3. Barman, B., & Petrou, A. (2019). Measuring the magnetization of a permanent magnet. *American Journal of Physics*, 87(4), 275-278. <https://doi.org/10.1119/1.5092452>
4. *Magnetic properties of ferrite magnets*. (s. d.). Consulté 1 juillet 2022, à l'adresse <https://www.magnetexpert.com/magnetic-properties-of-ferrite-magnets-i699>
5. Air, A. (s. d.). *What is the COP (Coefficient of Performance) in HVAC?* What Is the COP (Coefficient of Performance) in HVAC? Consulté 2 juillet 2022, à l'adresse <https://www.adams-air.com/houston/what-is-COP.php>
6. Nouvelle, L. (2004). *Réfrigération magnétique : Une alternative aux machines thermiques classiques*. <https://www.usinenouvelle.com/article/refrigeration-magnetique-une-alternative-aux-machines-thermiques-classiques.N1380937>
7. Thakar, Sarthak. M., Prajapati, R. P., & Solanki, D. C. (2017). Performance Analysis of a Domestic Refrigerator Using Various Alternative Refrigerant. *IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering*, 14(03), 92-103. <https://doi.org/10.9790/1684-14030192103>
8. *Magnetic field at a distance from a bar magnet*. (2012, février 20). <https://web.archive.org/web/20120220030524/http://instruct.tri-c.edu/fgram/web/Mdipole.htm>
9. *Super Aimants Europe. Aimants Néodyme (NdFeB) , les aimants les plus puissants*. (s. d.). Consulté 2 juillet 2022, à l'adresse <https://superaimants.fr/>

# Annexe

# Démonstration de la relation de Maxwell

Densité volumique d'énergie magnétique:  $e_p = \frac{dE_p}{dV} = -B \frac{dm}{dV} = -B \cdot M$

Le 1er principe en termes volumiques (phase incompressible):

$$du = \delta q + de_p = TdS_v - \frac{1}{\mu_0} BdB = TdS_v - MdB$$

Puis pour l'enthalpie libre:

$$dg = -S_v dT - MdB$$

Le théorème de Schwarz donne:  $\frac{\partial}{\partial B} \frac{\partial g}{\partial T} = \frac{\partial}{\partial T} \frac{\partial g}{\partial B}$

Donc:  $\left(\frac{\partial S_v}{\partial B}\right)_T = \left(\frac{\partial M}{\partial T}\right)_B$

# Démonstration: Mesure de l'aimantation

le couple subi par un aimant dans un champ  $\vec{B}$  est:  $\vec{\tau} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}$  où  $\vec{\mu}$  est le moment magnétique.

et on a par définition:  $M = \frac{d\mu}{dV}$

en supposant l'aimantation et le champ uniformes, et en posant  $\theta = \widehat{\langle \vec{B} | \vec{\mu} \rangle}$ , on obtient:

$$\tau = MVB \sin \theta$$

ensuite, on réalise un pendule simple avec notre aimant, le PFD donne:

$$J_{\Delta} \ddot{\theta} = MVB \sin \theta$$

Sous l'hypothèse de petites perturbation, l'écartement de l'aimant de son équilibre induit un mouvement oscillatoire de pulsation:  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{MVB}{J_{\Delta}}}$

Le moment d'inertie de l'aimant est:  $J_{\Delta} = \frac{m}{12} (x^2 + y^2)$  (pour une rotation selon Oz)

# Démonstration: rendement pour l'électroaimant

Pour un solénoïde de rayon  $r$  et de  $n$  spires, on a:

$$B = nI\mu_0 \quad \text{et} \quad R = 2\pi\rho n$$

$$W_{cycle} = \Delta t_{cycle} RI^2 = \frac{2\rho r \pi B^2}{n\mu_0} \Delta t_{cycle}$$

$$Q_{cycle} = c_p m B \cdot EMC(T, B)$$

où  $\rho$  est la résistivité du fil et  $m$  et  $c_p$  pour le gadolinium.

L'application numérique pour:  $m=5\text{kg}$ ,  $n=5 \cdot 10^4$ ,  $r=0.25\text{m}$  donne le résultat.

Ces valeurs ont été prises car:

- L'échantillon en gadolinium étant exagéré, on peut donner une majoration du rendement
- Le rayon des spires est pris pour qu'on puisse avoir un cœur de même longueur et de même rayon( pour qu'on puisse considérer  $B$  uniforme,  $m$  étant fixée)

# Démonstration: travail de la force magnétique

- On a pour le Gadolinium:  $q_{m2} = \frac{mVc_p}{l.EMC(T,B)}$
- Le moment magnétique de l'aimant utilisé est censé être déterminé expérimentalement.
- Le travail devient alors:

$$W = \int_{x_0}^{x_f} \frac{\mu_0 m V c_p q_{aimant}}{4\pi l \cdot EMC(T(t))} \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+2l)^2} - \frac{2}{(x+l)^2} \right) dx$$

L'hypothèse sur la thermalisation permet d'écrire:

$$EMC(t_i) = EMC(T_c - B(x)EMC(t_{i-1}))$$

Grâce à la formule polynomiale trouvée précédemment pour EMC, on peut calculer sa valeur entre  $T_f$  et  $T_c$ .

On intègre ensuite numériquement avec python et on obtient le résultat.

# Les valeurs numériques

$$\begin{aligned}m &= 250g \\c_p &= 239,7 Jkg^{-1}K^{-1} \\l &= 0,5cm \\q_{aimant} &= 3 \cdot 10^5 A m\end{aligned}$$

Ces valeurs ont été prises avec deux considérations:

- Une petite masse de gadolinium a des dimensions usuelles.
- La charge de l'aimant a été prise pour un aimant réel satisfaisant les conditions imposées.

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from scipy.stats import linregress
4
5 B=np.array([0.0010375, 0.00121043, 0.0013833, 0.001556267, 0.001729185, 0.001902104,
6 K=np.array([53.595225, 62.515333, 75.2805, 88.3839, 104.1549, 113.57149, 127.878])
7
8 Regression=linregress(B,K)
9 a,b,C=Regression.slope, Regression.intercept, Regression.rvalue**2
10
11 B2=np.linspace(0.001, 0.0021, 5000)
12 K2=a*B2+b
13 print(a); print(b); print(C)
14 plt.plot(B, K, 'ro', label="Les mesures experimentales")
15 plt.plot(B2, K2, label="La courbe de modélisation")
16 plt.xlabel("B en Tesla")
17 plt.ylabel("(2pi/T)2 en s-2 ")
18 plt.legend()
19 plt.ylim([0, 140])
20 plt.show()
21

```

```

1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 T=np.array([265,270,275,280,282,284,286,288,290,291,292,292.8,293.8,294.9
5 EMC=np.array([0.87,1.1,1.201,1.488,1.58,1.7,1.84,2.02,2.22,2.39,2.5,2.62
6
7 Poly=np.polyfit(T[7:19],EMC[7:19],2,full=True)
8 print(Poly)
9 Poly=Poly[0]
10 T2=np.linspace(286,302,10000)
11 EMC2=np.polyval(Poly,T2)
12 plt.plot(T,EMC,'ro',label="les valeurs experimentales")
13 plt.plot(T2,EMC2,label='la courbe de modélisation')
14 plt.xlabel('T en K')
15 plt.ylabel('EMC en K/T')
16 plt.show()
17
18

```

```

1 import numpy as np
2 l=0.5*10**(-2)
3 x0=5*10**(-2)
4 xf=2.63
5 Tc=273.15+26
6 K=10**(-7) * 0.25* 3.164*10**(-5)*239.7 * 3*(10**(5))/l
7 def f(x):
8     return (1/(x**2) + 1/((x+2*l)**2) - 2/((x+l)**2))
9 def EMC(T):
10    return -0.013266166515523033*(T**2) + 7.836206919025*T - 1154.5033945124103
11 def B(x):
12    return (x0/x)**3
13 EMC_chemin=[EMC(Tc)] #c'est la valeur pour Tc=26 celsius
14 X=np.linspace(x0,xf,2501)
15 dx=(xf-x0)/2501
16 for i in range(2500):
17     EMC_chemin.append(EMC(Tc-B(X[i+1]))*EMC_chemin[i])
18 S=0
19 for i in range(1,2500):
20     S+=(f(X[i+1]) - f(X[i-1]))/(2*dx))*(1/(EMC_chemin[i]))
21 S*=K
22 print(S)

```