

# Monopoly sous l'œil de Markov : Dé Rapide et probabilité d'atterrissages

Monopoly a été mon premier terrain de jeu, comme banquière improvisée, pour assimiler les opérations mathématiques de base. Cette fois-ci, en explorant le jeu à travers l'analyse des chaînes de Markov, je m'apprête à évaluer les probabilités d'atterrissages à long terme et notamment étudier l'influence du nouveau « Dé rapide ».

Monopoly est un jeu de société où l'objectif est de ruiner ses adversaires par des opérations immobilières. Ce jeu repose beaucoup sur le hasard car les joueurs se déplacent sur un plateau via un lancer de dé. Ainsi, analyser les probabilités permet d'établir des décisions stratégiques plus éclairées.

## Positionnement thématique (ÉTAPE 1) :

- *MATHEMATIQUES (Autres)*
- *INFORMATIQUE (Informatique pratique)*

## Mots-clés (ÉTAPE 1) :

### Mots-clés (en français)

*Chaînes de Markov*

*Modélisation Stochastique*

*Probabilités à Long Terme*

*Monopoly*

*Application Numérique avec*

*Python*

### Mots-clés (en anglais)

*Markov Chain*

*Stochastic Modeling*

*Long-Term Probabilities*

*Monopoly*

*Numerical Computing in Python*

## Bibliographie commentée

Les chaînes de Markov, fondamentalement liées à l'algèbre linéaire, s'avèrent être un outil essentiel pour la modélisation des phénomènes stochastiques séquentiels [4]. Appliquées au contexte du Monopoly, où le déplacement sur un plateau de 40 cases est régi par le lancer de deux dés classiques à six faces, ces chaînes fournissent une représentation probabiliste de chaque étape de l'évolution du jeu [2,3].

Chaque tour de jeu est assimilé à une unité de déplacement markovienne, avec une matrice de transition markovienne attribuée en fonction des probabilités inhérentes au lancer de dés [2]. Cependant, des défis émergent lors de la modélisation, notamment l'introduction de règles spécifiques telles que le séjour en prison, les cartes "Chance" et "Caisse de Communauté" [6].

L'analyse initiale conduit à des résultats équiprobables [5], en désaccord avec les observations et les règles du jeu. Pour surmonter ces défis, des stratégies de simplification sont adoptées, par exemple ignorer certains événements pour des raisons de cohérence et de simplicité [1]. De plus, il est crucial d'éliminer les choix du joueur dans la modélisation markovienne [2].

Les nouvelles versions du Monopoly introduisent un troisième dé rouge dit « Dé Rapide » [6]. Malgré une littérature abondante sur les probabilités du Monopoly, ces versions demeurent sous-représentées. On se propose d'examiner ce nouveau dé en introduisant de nouvelles hypothèses simplificatrices, en adoptant des stratégies de jeu fixes et en négligeant certaines règles secondaires.

Malgré ces complexités, la construction d'une matrice de transition reste possible en attribuant manuellement des probabilités adéquates à chaque case [1]. En utilisant la théorie des chaînes de Markov finies irréductibles, la matrice ainsi construite, étant récurrente positive, offre une unique distribution stationnaire [4]. Cette distribution représente les probabilités d'atterrissage à long terme sur chaque case du plateau du Monopoly [1]. Des procédés numériques tels que Python peuvent être employés pour calculer cette distribution pour chacune des versions du jeu.

Ainsi, ces informations permettent d'explorer les différentes dynamiques du jeu et d'établir des méthodes stratégiques éclairées [7,8]. Cependant, bien que les concepts probabilistes des chaînes de Markov offrent une approche méthodique pour optimiser sa stratégie au Monopoly, elles sont incapables de refléter fidèlement les dynamiques complexes du jeu [3] en particulier avec l'introduction du dé rapide.

## **Problématique retenue**

Comment modéliser une partie «classique» et une partie «rapide» de Monopoly par des chaînes de Markov, en tenant compte de leurs différentes règles, afin d'obtenir les probabilités d'atterrissage à long terme ? En quoi ces probabilités diffèrent-elles ? Et quelle conclusion peut-on tirer sur les stratégies de jeu ?

## **Objectifs du TIPE du candidat**

1. Modéliser les parties «classique» et «rapide» du Monopoly par des chaînes de Markov, en prenant compte de leurs règles spécifiques et en posant judicieusement des hypothèses simplificatrices.

2. Calculer et comparer les probabilités d'atterrissage à long terme sur chaque case du plateau de jeu pour les parties «classique» et «rapide». Evaluer l'impact du Dé Rapide sur les probabilités.

3. Interpréter les résultats et leur influence sur les différentes stratégies du jeu, discuter les limites de la modélisation markovienne du Monopoly.

## Références bibliographiques (ÉTAPE 1)

[1] IAN STEWART : Monopoly Revisited : *Scientific American* , Vol. 275, No. 4 (1996), pp. 116, 118-119

[2] ROBERT B. ASH AND RICHARD L. BISHOP : Monopoly as a Markov Process : *Mathematics Magazine*, Vol. 45, No. 1 (1972), pp. 26-29

[3] ROGER W. JOHNSON : Using Games to Teach Markov Chains : *PRIMUS: Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies*, Vol. 13, No. 4 (2003), pp. 337-348

[4] ROGER MANSUY AND RACHED MNEIMNÉ : Algèbre Linéaire - Réduction des endomorphismes : *Vuibert* (2012), ISBN: 978-2-311-00285-0, pp. 169-177

[5] IAN STEWART : Trop monopoly pour être honnête : *Pour la science* n°224 (1996), pp. 104-106

[6] HASBRO/PARKER BROTHERS : Livret des règles du jeu Monopoly : <https://www.hasbro.com/common/instruct/00009.pdf>, consulté le 13/06/2023

[7] JAY WALKER AND JEFFREY S. LEHMAN : 1000 Ways to Win Monopoly Games : *Chapitre 5, Dell Books* (1975), ISBN-10: 0440048125

[8] EVANS THOMAS OLÉRON AND FRY HANNAH : The indisputable existence of Santa Claus - The mathematics of Christmas : *Chapitre 9, Transworld Digital* (2016), Livre numérique EPUB

## DOT

[1] : Début Juin 2023 - Écriture du code pour des simulations virtuelles prototypes en Python avec diverses règles de jeu. Implémentation du dé rapide et correction des bugs liés aux nouvelles règles du nouveau dé: "Monsieur Monopoly" et "Bus". Consultation des stratégies de jeu et interprétation des résultats.

[2] : Mi-Juin 2023 - Adoption du modèle stochastique markovien. Création des matrices de transition d'une partie classique incluant deux différentes méthodes de "Rester en prison". Identification et correction d'un problème d'équité dans les résultats. Implémentation des cartes du jeu. Modélisation du dé rapide et règle des "doubles".

[3] : Début Octobre 2023 - Réécriture complète du code, séparation des matrices de transition pour une meilleure gestion des simulations et obtention de premiers résultats probants.

**[4]** : *Mi-Décembre 2023 - Suppression de la règle du dé “double” après comparaison avec nouvelle modélisation avec une matrice de transition de taille 120, abandon de ce modèle pour des raisons de clarté et par complications de règles.*

**[5]** : *Mi-Février 2024 - Approfondissement de la théorie de Markov et renforcement des bases théoriques pour mieux appréhender les simulations et les résultats mathématiquement.*

**[6]** : *Mi-Mai 2024 - Consolidation et analyse finale en fusionnant les matrices de transition principales (Obtention de trois matrices: règles du jeu et lancer de dés (classique et rapide)), extraction et analyse des résultats en comparaison avec la bibliographie existante.*