54927 OULKADI El Mahdi

Optimisation combinatoire du jeu DOBBLE

En jouant la première fois au DOBBLE, j'ai eu l'impression que c'était un jeu de cartes facile en principe. Mais en découvrant l'aspect mathématique caché de ce jeu, j'ai décidé de le construire à ma façon et d'optimiser le plus possible cette construction.

Le jeu de Dobble est un jeu simple et ludique mais qui cache de nombreuses notions mathématiques : par son étude, il permet de les explorer et d'ensuite les appliquer à d'autres problématiques. Dès lors, il s'inscrit parfaitement dans la thématique de l'année, traitant de la

partie « Jeux ».

Ce TIPE fait l'objet d'un travail de groupe.

Liste des membres du groupe :

- *DEBIANE Yani*

Positionnement thématique (ÉTAPE 1) :

- *INFORMATIQUE (Informatique Théorique)*
- *INFORMATIQUE (Informatique pratique)*
- *MATHEMATIQUES (Mathématiques Appliquées)*

Mots-clés (ÉTAPE 1) :

Mots-clés (en français)	Mots-clés (en anglais)
Dobble	*Spot it*
Graphe	*Graph*
Problème de la clique	*Clique problem*
Géométrie projective	*Projective geometrie*
Optimisation	*Optimisation*

Bibliographie commentée

Bien que le Dobble soit un jeu facile en principe, néanmoins sa construction n'est pas évidente et nécessite des techniques mathématiques poussées. En effet la propriété principale du jeu est qu'en prenant 2 cartes au hasard il existe un et un seul symbole en commun entre les deux , le principe du jeu étant de repérer le plus vite possible ces deux symboles (d'où l'appellation Spot it game). Pour assurer cette propriété du jeu, deux approches sont envisageables :

Une première approche consiste à modéliser les symboles par des entiers de 1 à n et les cartes comme des sous parties de [|1,n|] de cardinal k (nombre de symboles par cartes) [1,5,3]. En considérant alors le graphe dont les sommets sont les cartes et les arêtes sont les symboles en commun , le problème est ramené à trouver un sous graphe dont chaque sommet a exactement une et une seule arête en commun avec tous les autres (Problème de clique [8]). Mais s'agit il de trouver seulement une clique? L'article [3] nous introduit la notion de jeu optimal, ce qui revient dans ce cas à trouver la clique maximale dans le graphe. Afin d'accélérer la recherche de notre clique maximale, nous utilisons des algorithmes classiques pour la résolution du problème de la clique cités dans [8], notre étude mathématique des symétries du problème permet aussi une optimisation en termes de complexité spatiale et temporelle.

Une deuxième approche est de s'intéresser à la construction mathématique du jeu de Dobble optimale. Cette approche a été abordée par plusieurs auteurs, et ce par différentes méthodes : tandis qu'un article [1] donne une construction explicite dans le cas où q-1 est un nombre premier, d'autres [2], [4], [5] adoptent une analogie entre la construction d'un jeu de Dobble et celle d'un plan projectif d'ordre fini, en s'appuyant sur ses symétries [2], [4]. Il faut alors faire une étude approfondie de la géométrie projective [6], (par exemple à travers la notion de matrices d'incidence) et utiliser les différents théorèmes relatifs à ce domaine mathématique (par exemple celui de Bruck-Ryser) pour discuter de l'existence jeux optimaux (Cette approche sera plus approfondie par mon binôme).

Enfin, **plusieurs questions sur le sujet sont toujours ouvertes**, notamment le cas évoqué dans l'article [9] , qui est celui d'un jeu à 157 cartes où chaque carte aurait alors 13 symboles mais nul ne sait si une telle construction est possible.

Problématique retenue

Comment construire un jeu de Dobble optimal, par l'approche mathématique et informatique? Dès lors, comment appliquer cette à différentes applications concrètes ?

Objectifs du TIPE du candidat

1) Construire informatiquement un jeu de Dobble

2) Formuler le problème avec un graphe pour se ramener à l'algorithme de recherche de clique maximale

3) Etudier mathématiquement les symétries du problème pour accélérer l'algorithme

4) Comparer les performances des différentes méthodes utilisées

Références bibliographiques (ÉTAPE 1)

[1] QHÉZARD MARIE, HÉZARD DAVID : Jouons un peu ... à Dobble ! *: Quadrature. N° 87. p. 21-29*

[2] CHRISTIAN KATHREIN : Ein Einblick in die Mathematik hinter dem Kartenspiel Dobble *: Institute for Mathematics and Scientific Computing, University of Graz, 2021*

[3] LARA, JENARAH SKYARA : Spotting k-TriCaps in SPOT IT! *: Senior Projects Spring 2023. 349. https://digitalcommons.bard.edu/senproj_s2023/349*

[4] BIANCA GOUTHIER, DANIELE GOUTHIER : On the existence of Spot It! decks that are not projective planes *: https://doi.org/10.48550/arXiv.2201.09100, 2022*

[5] STEHLÍK, PETR : Matematika za karetní hrou dobble *: Pokroky matematiky, fyziky a astronomie 64.2 (2019): 69-90. <http://eudml.org/doc/294188>.*

[6] JOHAN KAHRSTROM : On Projective Planes : Report, Mid Sweden University, 2002 : *: http://kahrstrom.com/mathematics/documents/OnProjectivePlanes.pdf*

[7] RICHARD F. POTTHOFF : Spot It! and balanced block designs : keys to better debate architecture for a plethora of candidates in presidential primaries? *: J Appl Stat. 2022 Mar 9;50 (6):1435-1454. doi: 10.1080/02664763.2022.2041568. PMID: 37025281; PMCID: PMC10071983.*

[8] JOCELYN BERNARD, HAMIDA SEBA : Résolution de problèmes de cliques dans les grands graphes *: https://hal.science/hal-01284640*

[9] BOURRIGAN, MAXIME : DOBBLE ET LA GÉOMÉTRIE FINIE *: https://images.math.cnrs.fr/Dobble-et-la-geometrie-finie.html?lang=fr*