

Définitions

Définition : Régimes établis

On définit les régimes *établis* :

stationnaire dans lequel les grandeurs électrocinétiques (u, i, q) sont stationnaires,

sinusoïdal établi dans lequel elles varient toutes sinusoïdalement à la *même pulsation* ω : $u(t) = U_m \cos \omega t$.

Définition : Régimes transitoire et libre

On nomme *régime transitoire* l'évolution d'un système entre deux régimes établis. Pour un dipôle, il s'agit d'une *charge* (resp. *décharge*) si l'énergie (électrostatique ou magnétique) du dipôle croît (resp. décroît).

On nomme *régime libre* l'évolution en l'absence de source d'énergie.

Définition : Ordre d'un circuit

Un circuit linéaire est dit *du p^e ordre* si ses grandeurs électrocinétiques obéissent à une équation différentielle linéaire du p^e ordre.

Fonction échelon

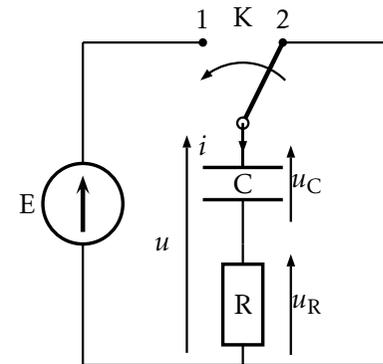
Définition : Fonction échelon

On nomme *échelon* (fonction de Heaviside) la fonction *discontinue en 0* définie par :

$$t < 0 : H(t) = 0 \quad t \geq 0 : H(t) = 1$$

On appelle *réponse à un échelon d'une grandeur* l'évolution temporelle de cette grandeur dans un système soumis à une excitation constante par morceaux et discontinue. La grandeur étudiée est alors solution d'une équation différentielle dont le second membre s'exprime à l'aide de la fonction échelon.

Exemple charge d'un condensateur initialement déchargé



Portraits de phase

Définition : Portraits de phase

On nomme *espace des phases* d'une grandeur x qui évolue temporellement le plan d'abscisse x et d'ordonnée \dot{x} .

Une courbe $x(t)$, \dot{x} particulière est une *trajectoire dans l'espace des phases*.

La représentation de différentes trajectoires constitue un *portrait de phase*.

Propriétés générales

Caractéristiques

- le sens de parcours est déterminé dans chaque quadrant : la trajectoire est parcourue dans le sens horaire
- elle intersecte l'axe $\dot{x} = 0$ orthogonalement (si la dérivée seconde $\frac{d^2x}{dt^2}$ est non nulle à cet instant)

Équation canonique

Équation canonique

Toutes les grandeurs électrocinétiques d'un circuit linéaire du premier ordre obéissent, en régime transitoire vers un état stationnaire, à la même équation dite *canonique*. On a :

$$\dot{x} + \frac{x}{\tau} = \frac{X_\infty}{\tau},$$

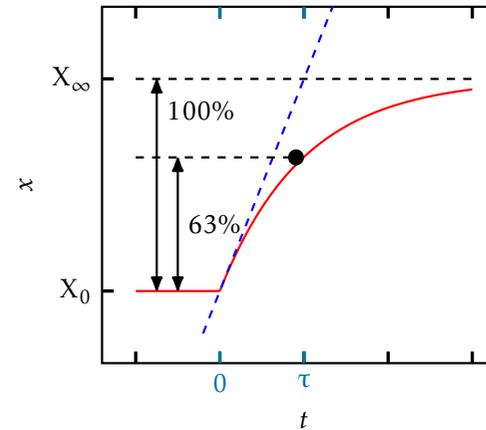
où :

- x est une tension, intensité, charge...
- $\tau > 0$ est la *constante de temps du circuit*,
- X_∞ est la valeur asymptotique de x en régime stationnaire, déterminée *en utilisant les modèles asymptotiques des dipôles en régime stationnaire*.
- pour une charge de condensateur : $u_{c\infty} = E$, pour une décharge $u_{c\infty} = 0$.

Résolution**Théorème : Solution de l'équation différentielle canonique**

L'*unique* solution de l'équation canonique du premier ordre *vérifiant* $x(0) = X_0$ se met sous la forme :

$$x(t) = X_\infty + (X_0 - X_\infty) e^{-t/\tau}.$$

Courbe

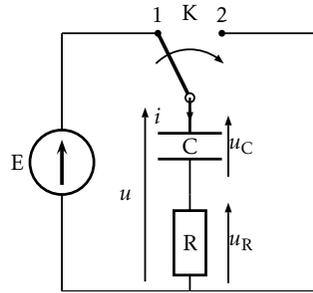
1. Tracer l'allure de la courbe $u_c(t)$ si le condensateur a une capacité $C = 1 \mu\text{F}$, porte initialement la charge $Q = 5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, et qu'on l'alimente avec une alimentation stabilisée avec $E = -2 \text{ V}$, au travers d'une résistance $R = 1 \text{ k}\Omega$.
2. En déduire la valeur de $\frac{du_c}{dt}$ à $t = 0$.

Conditions initiales**Continuité de l'énergie**

Les conditions initiales de l'équation différentielle sont déterminées par la *continuité de l'énergie emmagasinée* par le dipôle. Dans un *condensateur*, la charge q et la tension u_C seront toujours continues.

Exercice : Charge et décharge d'un condensateur

- Déterminer, en utilisant les modèles asymptotiques des dipôles en régime stationnaire, les valeurs de i , u_R , u_C et de q quand l'interrupteur est en position 1 et quand il est en position 2 depuis longtemps.

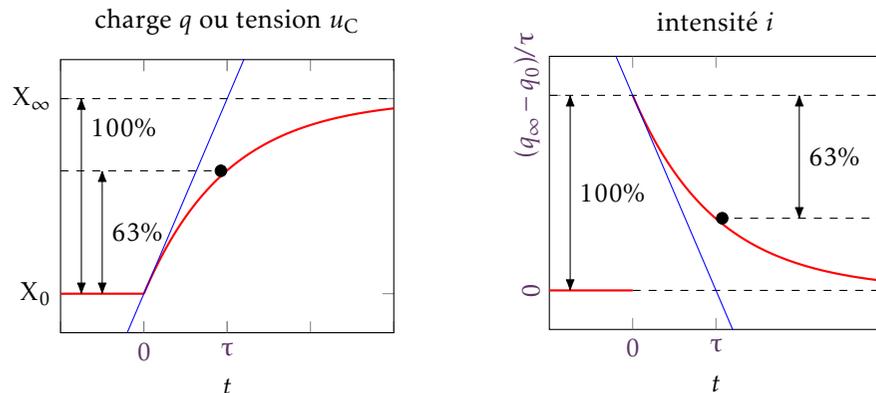


- K est en position 2 depuis un temps long. Il est basculé en 1 à $t = 0$. Déterminer $u_C(t)$, q et $i(t)$.
 - K est en position 1 depuis un temps long. Il est basculé en 2 à $t = 0$. Déterminer $u_C(t)$ et $i(t)$.

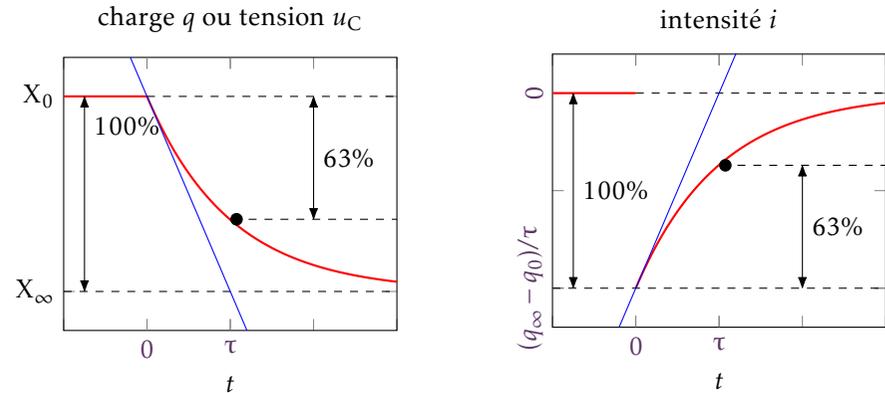
On donnera les expressions en fonction de E , R et $\tau = RC$.

- Préciser, parmi les grandeurs i , u_C , q , u , lesquelles sont continues.

Courbes générales : charge



Courbes générales : décharge



Décharge

Dissipation de l'énergie

Lors de la décharge d'un dipôle RC série, l'énergie électrostatique initialement stockée est *entièrement dissipée* par effet Joule dans le résistor.

Charge

Accumulation d'énergie

Lors de la *charge*, sous la tension E constante, d'un dipôle série RC de $u_C = 0$ à $u_C = E$, le générateur fournit une énergie \mathcal{E}_{gen} au dipôle qui se répartit pour moitié entre :

- l'énergie électrostatique $\mathcal{E}_{elec} = \frac{CE^2}{2}$, emmagasinée dans le condensateur,
- l'énergie dissipée par effet Joule dans le résistor \mathcal{E}_J .

$$\mathcal{E}_{gen} = \mathcal{E}_{elec} + \mathcal{E}_J \quad \mathcal{E}_J = \mathcal{E}_{elec} = \mathcal{E}_{gen}/2.$$

Points communs et différences entre le RL et le RC

1. Proposer un montage permettant d'étudier la « charge » et la « décharge » d'un dipôle RL , utilisant entre autres un générateur idéal de tension.
2. Établir l'équation différentielle d'évolution de l'intensité. En déduire l'expression de la constante de temps. Comparer sa variation avec R au cas du dipôle RC .
3. Préciser quelle grandeur doit être continue et résoudre l'équation différentielle pour la charge et la décharge.
4. Tracer les allures des courbes correspondantes.