Exercice 1 : Hyperboles de conjugaison

On considère une lentille mince convergente, notée $\mathcal{L}_c$ de centre optique O et de distance focale image notée f'_c. La figure 1 (à rendre avec la copie) représente la position $\overline{OA'}$ de l'image que la lentille $\mathcal{L}_c$ donne d'un objet de position $\overline{OA}$ situé sur l'axe optique.

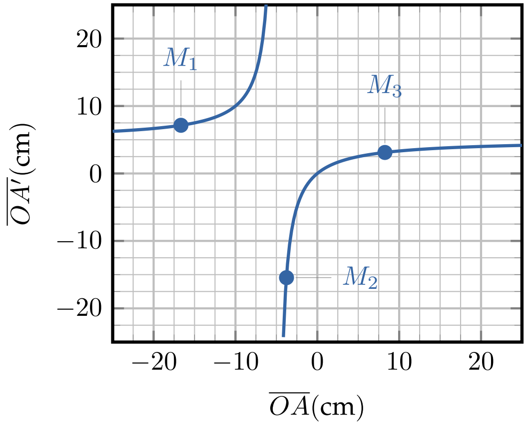


Fig. 1 : Position de l'image en fonction de celle de l'objet pour une lentille convergente.

1. (a) Déterminer à l'aide de la figure 1 la valeur de la distance focale f'_c.

   (b) Pour chacun des points M_1, M_2 et M_3, déterminer la nature réelle ou virtuelle de l'objet et de l'image correspondant.

2. (a) Proposer une détermination du grandissement transversal utilisant la figure 1.

   (b) En déduire le grandissement correspondant aux points M_1 et M_2.

3. On cherche avec cette lentille à former une image réelle deux fois plus grande d'un objet réel.

   (a) Quel sera le signe du grandissement ?

   (b) Déterminer à l'aide de la figure 1 la distance entre la lentille et l'objet ainsi que la distance entre l'objet et son image.

4. On considère une lentille mince divergente, de vergence $V = -10\,\delta$.

   (a) Tracer l'allure de la courbe $\overline{OA'}$ en fonction de $\overline{OA}$ en précisant soigneusement les points remarquables. On pourra se contenter de modifier quelques paramètres de la figure 1 et l'utiliser pour les questions suivantes.

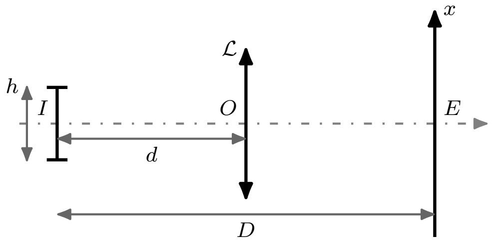
   (b) Cette lentille modélise le verre correcteur d'un œil myope. Où se forme l'image formée par ce verre d'un objet réel placé à 20 cm ?

   (c) Avec ce verre, l'œil corrigé voit net sans accommoder un objet à l'infini. En déduire le « punctum remotum » de l'œil non corrigé.

   (d) Le « punctum proximum » de l'œil non corrigé est 5 cm, quel est le « punctum proximum » de l'œil corrigé ?

Exercice 2 : Rétroprojecteur

On souhaite former, sur un écran mural noté E, l'image agrandie d'un transparent à l'aide d'une lentille mince convergente $\mathcal{L}$. On désigne par I l'intersection du transparent avec l'axe optique, par O et f' le centre optique et la distance focale image de la lentille. On désigne par d la distance IO.

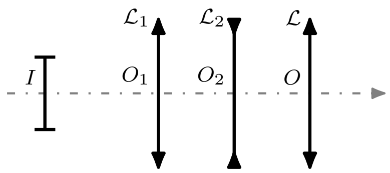


1. (a) Déterminer le signe de γ.

   (b) On souhaite que la taille de l'image sur l'écran soit $|\gamma|h$, avec $|\gamma| > 1$. Déterminer l'expression de la distance d puis de la distance focale f' en fonction de D et γ. Calculer d, et f' pour $h = 24\,\text{mm}$, $H = |\gamma|h = 1{,}2\,\text{m}$ et $D = D_0 = 3{,}0\,\text{m}$. On note d_0 la valeur de d et et O_0 la position correspondante.

   (c) On peut régler l'objectif en translatant O par rapport à I. Déterminer les distances D_{min} et D_{max} quand on déplace O de 1 mm de part et d'autre de la position O_0 et commenter.

2. Pour cette question, D est de nouveau fixé à $D = D_0$ et la lentille en O_0. On souhaite multiplier la taille de l'image sur l'écran par 2 sans déplacer ni celui-ci ni le transparent, ni la lentille. On envisage d'intercaler, entre le transparent et la lentille $\mathcal{L}$, une lentille mince convergente $\mathcal{L}_1$ de distance focale image f'_1 et une lentille mince divergente $\mathcal{L}_2$ de distance focale image f'_2, avec $|f'_2| = 2f'_1$.

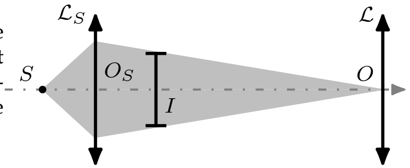


   (a) Justifier qu'on n'aurait pas pu réaliser cette dilatation par 2 en n'ajoutant qu'une seule lentille.

   (b) On place la lentille $\mathcal{L}_1$ de telle sorte que son foyer objet coïncide avec I. Où doit-on placer $\mathcal{L}_2$? On justifiera le fonctionnement de ce dispositif en s'aidant d'une construction.

3. On supprime dans cette partie les lentilles $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$ pour étudier maintenant la source lumineuse éclairant le transparent. On la considère ponctuelle, située en S à une distance d_S en amont de le transparent. La distance D est à nouveau fixée à D_0.

On intercale, en O_S une lentille mince convergente $\mathcal{L}_S$ (de distance focale f'_S) entre S et le transparent de telle sorte que le faisceau lumineux issu de S englobe tout le transparent et se focalise en O_0, centre optique de la lentille $\mathcal{L}$.



(**a**) Le schéma ci-dessus représente l'enveloppe « utile » du faisceau lumineux issu de S atteignant la lentille $\mathcal{L}$. Compléter ce schéma pour représenter cette enveloppe entre la lentille $\mathcal{L}$ et l'écran E.

(**b**) Déterminer l'expression de la distance SO_S en fonction de f'_S, d_S et d_0. Calculer SO_S pour $f'_S = 1{,}8\,\text{cm}$ et $d_S = 5\,\text{cm}$.

(**c**) Quelle est l'utilité de la lentille $\mathcal{L}_S$?

Correction de l'exercice 1

1. (a) On observe que la distance $\overline{OA'}$ diverge pour $\overline{OA_0} = -5{,}0$ cm. Le point A_0 est donc conjugué de l'infini, c'est donc par définition le foyer objet. On en déduit que $f' = 5{,}0$ cm. On vérifie d'ailleurs que pour $OA = \infty$, $\overline{OA'} = 5{,}0$ cm : le foyer image est bien symétrique du foyer objet.

   (b) L'objet est réel (resp. virtuel) pour $\overline{OA} < 0$ (resp. pour $\overline{OA} > 0$). C'est l'inverse pour l'image. On en déduit que :

   - en M_1 l'objet et l'image sont tous deux réels ; on est en zone de projection
   - en M_2 l'objet est réel et l'image est virtuelle ; on est en zone de loupe
   - en M_3 l'objet est virtuel et l'image est réelle.

2. (a) En notant $y = \overline{OA'}$ et $x = \overline{OA}$, le grandissement transversal a pour expression $\gamma = y/x$, c'est donc la pente de la droite joignant l'origine $x = 0\,, y = 0$ au point M, représentée sur la figure 2.

   (b) On lit :

   - en M_1 : $\gamma = -0{,}4$,
   - en M_2 : $\gamma = 4{,}0$.

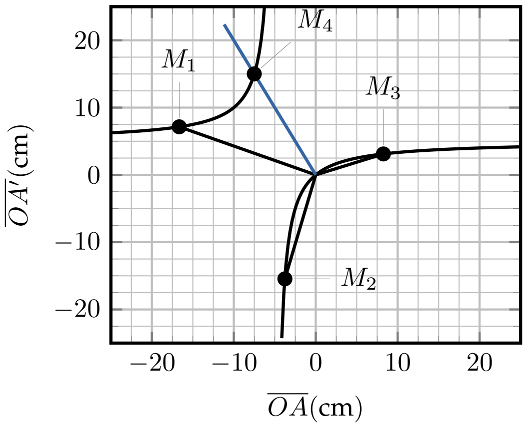


Fig. 2

3. (a) On doit être en zone de projection, où $\gamma < 0$ puisque $\overline{OA} < 0$ et $\overline{OA} > 0$.

   (b) On trace la droite de pente $\gamma = -2$ issue de l'origine. Les coordonnées de son intersection avec la courbe de la figure 2 (point M_4) donnent :

   - $\overline{OA} = -7{,}5$ cm,
   - $\overline{OA'} = 15$ cm.

   La distance entre la lentille et l'objet est donc $|\overline{OA}| = 7{,}5$ cm et celle entre l'objet et l'image est $AA' = \overline{OA'} - \overline{OA} = 22{,}5$ cm. Remarquons que $D = AA'$ peut également s'interpréter graphiquement comme la distance, pour $x = -7{,}5$ cm, entre la courbe de la figure 2 et la courbe d'équation $y = x$.

4. (a) La distance focale de la lentille est $f' = 1/V = -10$ cm. Il suffit donc de décaler la courbe 1 pour que $\overline{OA'}$ diverge en $\overline{OA} = -f'$ et que ses asymptotes pour $\overline{OA} \to \pm\infty$ soient $\overline{OA'} = f'$. On obtient la courbe de la figure 3.

   (b) Le point M_1 sur la courbe, a pour abscisse $\overline{OA} = -20$ cm. On lit son ordonnée $\overline{OA'} = -6{,}7$ cm.

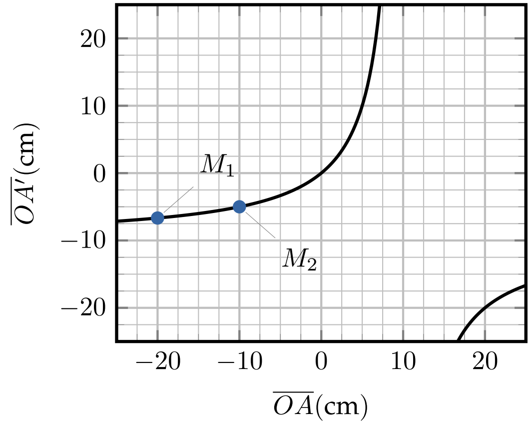


Fig. 3

   (c) L'image d'un point à l'infini par cette lentille est son foyer image situé à l'asymptote $\overline{OA'} = f' = -10$ cm. Comme l'œil voit cet objet sans accommoder, cette distance est son « punctum remotum » de l'œil non corrigé. On a ici négligé la distance entre l'œil et le verre.

   (d) Quand il accommode au maximum, l'œil voit net un objet placé à son « punctum proximum » non corrigé, soit en $\overline{OA^{prime}} = -5$ cm (point M_2 sur la figure 3). Avec le verre, ce point est l'image du point $\overline{OA} = -10$ cm ; c'est donc le nouveau « punctum proximum » pour l'œil corrigé.

Correction de l'exercice 2

1. (a) Utilisons $\alpha = H/h$ et travaillons avec les distances (positives) OE et $OI = d$. La formule du grandissement de Descartes assure que $\alpha = OE/OI = OE/d$. Comme par ailleurs $D = OE + d$, on peut écrire $\alpha = \frac{D-d}{d}$, soit $d = \frac{D}{\alpha+1}$. La relation de conjugaison de Descartes donne $\frac{1}{OE} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f'}$, soit $\frac{d}{D-d} + 1 = \frac{d}{f'}$ soit, après substitution de l'expression de d obtenue et manipulations $f' = \frac{D\alpha}{(\alpha+1)^2}$. On calcule $d_0 = 5{,}88$ cm et $f' = 5{,}77$ cm : le transparent n'est qu'à 1 mm du foyer objet de la lentille, ce qui n'est pas surprenant puisqu'on veut un grandissement de $\alpha = 50$.

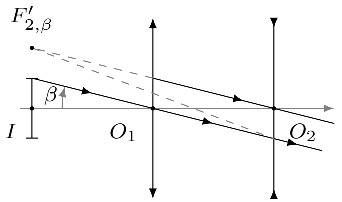
   (b) On exprime cette fois-ci la distance D en fonction de d et f'. La relation de conjugaison $\frac{1}{D-d} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f'}$ donne $D = \frac{d^2}{d-f'}$. On calcule $D = 1{,}3$ m pour $d = d_{\text{min}} = 5{,}98$ cm et $D = 33{,}4$ m pour $d = d_{\text{min}} = 5{,}78$ cm. On constate qu'on pourra réaliser la mise au point sur des distances D très différentes en modifiant très légèrement la configuration.

2. (a) Le plan de l'écran est conjugué par $\mathcal{L}$ de celui du transparent. Si on forme une image du transparent par une autre lentille, celle-ci ne sera plus en I et la lentille $\mathcal{L}$ ne pourra pas en former une image sur l'écran.

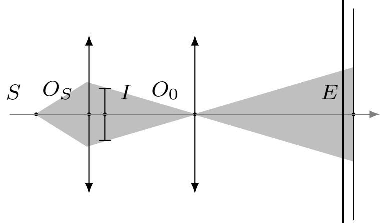
   (b) La lentille $\mathcal{L}_1$ envoie à l'infini l'image de I dont l'image par $\mathcal{L}_2$ sera au foyer image de cette dernière, qui doit donc coïncider avec I pour que son image par $\mathcal{L}$ soit sur l'écran. On doit donc avoir

$I = F_1 = F'2$. Comme $\left|f_2'\right| = 2f_1'$, la lentille $\mathcal{L}_2$ doit être placée à $|f_2'| = 2f_1'$ en aval de I. Notons que cette distance doit être inférieure à d pour qu'on puisse insérer les deux lentilles $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$ en amont de la lentille de projection.

Il faut également vérifier que cette configuration réalise bien le grandissement attendu. L'image à l'infini formée par $\mathcal{L}_1$ est vue sous l'angle $\beta \simeq \tan\beta = h/f_1'$, son image par $\mathcal{L}_2$ sera le foyer image secondaire associé à cette incidence, sa taille sera donc $\tan\beta \times |f_2'| = h\frac{|f_2'|}{f_2'} = 2h$.



3. (a) et **b**. L'enveloppe est représentée ci-contre. La source O et le centre O de la lentille de projection doivent être conjugués par la lentille $\mathcal{L}_S$. On a donc, en notant x la distance SO_0 :



$$\frac{1}{x} + \frac{1}{d_0 + d_S - x} = \frac{1}{f_S'}$$
$$f_s'(d_0 + d_S) = x(d_0 + d_S - x)$$

$x^2 - (d_0 + d_S)x + (d_0 + d_S)f_S' = 0$.
On en déduit

$$x = \frac{d_0 + d_S - \sqrt{(d_0 + d_S)\left(d_0 + d_S - 4f_S'\right)}}{2} = 2{,}28\,\text{cm},$$

puisque l'autre solution correspondrait à mettre $\mathcal{L}_S$ en aval de I.

(c) Cette lentille permet de récupérer une grande partie de la lumière de S en lui permettant de passer le diaphgrame que constitue la lentille $\mathcal{L}$ pour l'envoyer sur E.