Objectifs :
Réaliser les diagrammes de Bode de filtres en utilisant le logiciel `Oscillo5`.

Observer leurs comportements temporels (intégrateur et dérivateur).

Se familiariser avec les fonctions de `FFT` (Fast Fourier Transform) offertes par le logiciel `Oscillo5` et par l'oscilloscope.

Matériel :

- *Générateur basse fréquence,*
- *boîtes de résistors à décades ou boîte* ***AOIP****, boîte de condensateurs à décades,*
- *filtre utilisant un quartz piézo-électrique*
- *multimètre*
- *oscilloscope, logiciel `Oscillo5` et carte d'acquisition `Sysam`.*

> On produira un schéma électrique (et un oscillogramme le cas échéant) pour chaque manipulation décrite.
>
> On contrôlera systématiquement les signaux d'entrée et de sortie simultanément à l'oscilloscope dont on veillera à adapter la base de temps.
>
> On imprimera les courbes obtenues. On pourra en superposer plusieurs pour les comparer plus facilement.

I Caractérisation d'un filtre

I.1 Diagramme de Bode : rappels

On attaque, en régime sinusoïdal, un quadripôle par une tension sinusoïdale, de fréquence f et d'amplitude complexe $\underline{U}_e$ et on désigne par $\underline{U}_s$ l'amplitude complexe de la tension en sortie.

Le diagramme d'un Bode d'un quadripôle de fonction de transfert est la courbe représentant :

- son gain en décibel : $G_{\text{dB}} = 20\log|\underline{H}| = 20\log\left|\frac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}}\right|$,
- sa phase : $\varphi = \arg(\underline{H})$,

en fonction du logarithme de la fréquence $\log f$.

I.2 Acquisition

Le logiciel `Oscillo5` et la carte d'acquisition `Sysam` permettent de tracer de manière autonome et point par point le diagramme de Bode, représentant le gain du filtre en **dB** et sa phase en fonction de la fréquence du signal excitateur.

Manipulations :

- *La sortie analogique `SA1` jouera le rôle du* ***GBF*** *: elle produit le signal d'entrée E, aux bornes de l'ensemble du dipôle* ***RLC****. On devra également brancher cette même sortie analogique sur l'entrée analogique `EA0`.*
- *La tension en sortie sera envoyée sur l'entrée analogique `EA1`. La fonction de transfert sera alors le quotient des signaux `EA1`et `EA0`.*
- *Configurer ensuite les paramètres de `Oscillo5` comme suit :*
  - ***MODE*** *: `Bode`, `Gain` et `Phase`*
  - ***FREQUENCE*** *: `Log`*
  - ***ENTREE*** *:`EA0`*
  - *Régler les entrées `EA0` et `EA1` sur `Active`*

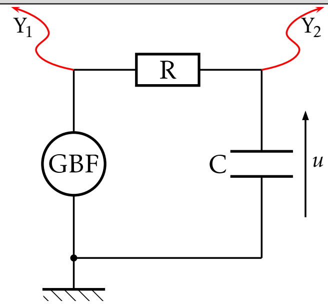
  On règlera le paramètre ***DIAGRAMME DU GAIN*** *sur `dB`.*

Exploitation :
On pourra superposer (en réglant les paramètres de ***EFFACEMENT ACQUISITIONS PRÉCÉDENTES****) les courbes correspondant à différents filtres et on les imprimera en utilisant :* ***MESURSES*** *`Mémoriser` puis `Exploiter`.*

II Filtre passe-bas du 1^er^ordre

II.1 Mesures préliminaires

> On révise rapidement les mesures **sans ordinateur**, à l'aide de l'oscilloscope et du multimètre en mode `dB`.



Manipulations :

- *Réaliser le montage ci-contre, avec $R = 10\,\text{k}\Omega$ et $C = 10\,\text{nF}$,*
- *Chercher la valeur de la fréquence pour laquelle le gain du filtre en `dB` est -3.*
- *Mesurer alors à l'oscilloscope le déphasage entre l'entrée et la sortie à l'aide des mesures automatiques ou des trois curseurs.*

Questions :

- *Vérifier que le quadripôle étudié est un filtre passe-bas du premier ordre et donner l'expression de sa fréquence de coupure f_c en fonction de R et C.*

- *Pour quelle(s) valeur(s) de f/f_c la phase vaut-elle $\varphi = -45°$, le gain G_{dB} vaut-il $-3\mathrm{dB}$? Vérifier l'accord avec les mesures précédentes.*

II.2 Caractère pseudo-intégrateur

Manipulations :
Observer et caractériser (forme, amplitude, fréquence) la tension U_s quand la tension U_e est un créneau ou un triangle de fréquence $f \gg f_c$ (typiquement $f \simeq 20\,\mathrm{kHz}$).

Questions :

- *Montrer que le passe-bas du premier ordre se comporte comme un intégrateur pour $f \gg f_s$ et commenter la forme des signaux U_s quand U_e est un signal créneau ou triangulaire.*

- *Dans le cas d'un signal d'entrée créneau symétrique d'amplitude U_e et de fréquence f, exprimer l'amplitude U_s du signal triangulaire symétrique de sortie en fonction de U_e, f_s et f. Vérifier l'accord avec les mesures précédentes.*

II.3 Diagramme de Bode

On remplace maintenant le GBF et le multimètre par la sortie et l'entrée analogiques de la carte d'acquisition `System`,

Manipulations :

- *Tracer le diagramme de Bode (G_{dB} et φ) pour $f \in [50\,\mathrm{Hz}\,;30\,\mathrm{kHz}]$.*

- *Reprendre pour une valeur de la résistance dix fois plus faible. On superposera les courbes.*

Exploitation :

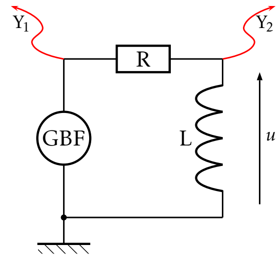
- *Tracer les droites asymptotes de GdB, mesurer leur pente et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.*

- *Vérifier l'accord avec les caractéristiques d'un passe-bas du 1erordre.*

III Filtre passe-haut du 1erordre

On utilise les fonctions de **GBF** d'`Oscillo5` pour alimenter le filtre (ce qui évite de trop modifier le montage précédent).

Réaliser le circuit de la figure ci-contre en inversant les positions du résistor et du condensateur. On s'assurera qu'aucune borne du condensateur n'est à la masse pour éviter les boucles de masse.



Questions :

- *Vérifier que le quadripôle étudié est un filtre passe-haut du premier ordre et donner l'expression de sa fréquence de coupure f_c en fonction de R et C.*

- *Pour quelle(s) valeur(s) de f/f_c la phase vaut-elle $\varphi = +45°$, le gain G_{dB} vaut-il $-3\mathrm{dB}$?*

III.1 Caractère pseudo-dérivateur

Manipulations :
Observer et caractériser (forme, amplitude, fréquence) la tension U_s quand la tension U_e est un créneau ou un triangle de fréquence $f \ll f_c$ (typiquement $f \simeq 300\,\mathrm{Hz}$).

Questions :

- *Montrer que le passe-haut du premier ordre se comporte comme un dérivateur pour $f \ll f_c$.*

- *Dans le cas d'un signal d'entrée triangulaire d'amplitude U_e et de fréquence f, exprimer l'amplitude U_s du signal triangulaire symétrique de sortie en fonction de U_e, f_s et f. Vérifier l'accord avec les mesures précédentes.*

III.2 Diagramme de Bode

Manipulations :
Tracer le diagramme de Bode (G_{dB} et φ) pour $f \in [50\,\mathrm{Hz}\,;30\,\mathrm{kHz}]$. Mesurer également à l'oscilloscope le gain et la phase pour $f = 100\,\mathrm{kHz}$.

Exploitation :

- *Tracer les droites asymptotes de GdB, mesurer leur pente et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.*

- *Vérifier l'accord avec les caractéristiques d'un passe-haut du 1erordre.*

IV Filtres du 2$^{\text{e}}$ordre

IV.1 Circuit RLC série

On rappelle les caractéristiques idéales du diagramme de Bode d'un filtre passe-bande du deuxième ordre réalisé avec un dipôle RLC.

- Il est complètement décrit par sa fréquence de résonance f_0 et son facteur de qualité Q.

- Sa fonction de transfert se met sous la forme :

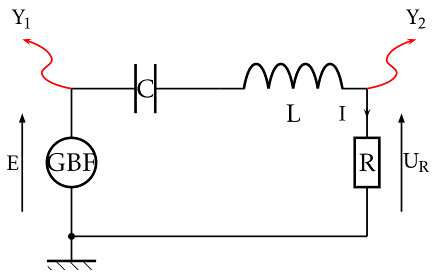
$$\underline{H} = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}\right)}.$$

- Les pentes du diagramme du gain en dB, noté G_{dB}, sont $\pm 20\,\text{dB}$ par décade.

- Sa finesse $\mathcal{F} = \frac{f_0}{f_2 - f_1}$, avec $f_{1,2}$ les fréquences pour lesquelles $G_{dB} = -3$ est égale à Q.

Manipulations :

- *Réaliser le montage ci-contre, avec* $R = 2 \cdot 10^2\,\Omega$*, une bobine* 500 *spires et* $C = 5 \cdot 10^{-2}\,\mu\text{F}$
- *Tracer son diagramme de Bode.*
- *Comment augmenter sa finesse sans changer sa fréquence de résonance ? Tracer le diagramme de Bode correspondant à la finesse maximale.*



Exploitation :
Mesurer les pentes des asymptotes, la finesse et comparer aux valeurs du modèle.

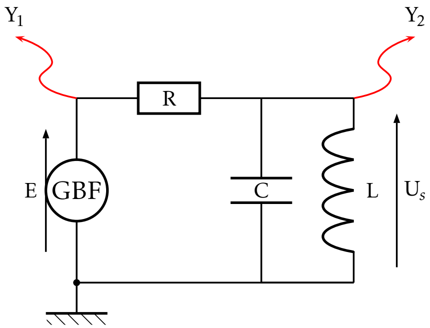
Questions :

- *Établir l'expression du facteur de qualité en fonction de* R, L, C.

- *Justifier, en considérant d'autres résistances dans le circuit, que le facteur de qualité ne peut pas dépasser une valeur maximale. Vérifier l'accord avec les mesures.*

IV.2 Circuit bouchon

Manipulations :
Reprendre les mesures précédentes pour le circuit RLC parallèle, aussi nommé « circuit bouchon ». Vérifier qu'il faut ici faire croître R *pour augmenter* Q *et mesurer le gain à basse fréquence.*



Exploitation :
Reprendre les mesures précédentes.

Questions :

- *Établir l'expression du facteur de qualité, vérifier qu'il croît bien quand* R *croît.*

- *Est-ce la résistance responsable de la limitation de* Q *dans le RLC série qui limite sa valeur dans ce circuit ?*

- *Montrer que la mesure du gain à basse fréquence permet de déterminer la résistance interne de la bobine, notée* r_L.

- *Justifier qualitativement que la prise en compte de* r_L *permet d'expliquer la baisse du gain à résonance et donc la diminution du facteur de qualité.*

IV.3 Filtre utilisant un quartz piézo-électrique

Manipulations :
Caractériser le filtre utilisant un quartz piézo-électrique.

IV.4 Actions du filtre sur un signal créneau

Envoyer une tension U_e en créneau de fréquence f et d'amplitude E qu'on mesurera.

Manipulations :

$f > f_0$ *Choisir* f *de l'ordre de* $5\,\text{kHz}$*. Déterminer les caractéristiques de la tension de sortie* U_s *: pente, valeurs extrémales.*

$f < f_0$ *Observer l'allure de la tension* U_s *pour* $f < f_0$*. Relever en particulier les amplitudes de la tension de sortie sinusoïdale obtenue pour* $f = f_0$, $f = f_0/3$, $f = f_0/5$.

Questions :

$f > f_0$
- *✍Déterminer la pente du signal triangulaire obtenu par intégration d'un signal créneau symétrique d'amplitude E et de pulsation ω par un filtre intégrateur de fonction de transfert $\underline{H} = \frac{\omega_0}{jQ\omega}$. En déduire l'amplitude de ce signal triangulaire en fonction des mêmes paramètres.*
- *Mesurer les caractéristiques du signal obtenu et vérifier l'accord avec le résultat précédent (en particulier la pente).*

$f < f_0$
- *Vérifier et justifier que le filtre se comporte comme un passe-bande très sélectif ne laissant passer qu'un seul harmonique pour les fréquences choisies.*
- *Vérifier l'accord des amplitudes relevées sachant que la décomposition en série de Fourier d'un créneau de pulsation $\omega = 2\pi f$ est :*

$$U_e(t) = \frac{4E}{\pi}\left(\cos(\omega t) - \frac{\cos(3\omega t)}{3} + \frac{\cos(5\omega t)}{5} - \frac{\cos(7\omega t)}{7} + \ldots + \frac{(-1)^n\cos((2n+1)\omega t)}{2n+1}\right)$$

- *Peut-on espérer réaliser la dérivation du créneau ?*

V Étude spectrale

V.1 ✍ Transformée de Fourier discrète

Une fonction f périodique de fréquence ν dite « fondamentale » peut être décomposée comme une somme de fonctions sinusoïdales de fréquences multiples de ν, nommées harmoniques de f. On nomme « harmonique de rang k » la fonction de fréquence $\nu_k = k\nu$ de la décomposition de f. Elle est caractérisée par son amplitude a_k et son déphasage φ_k. Pour une fonction f réelle, on peut écrire :

$$\forall t \quad f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \cos\left(2k\pi\nu t\right).$$

Réaliser le « développement en série de Fourier » de f consiste à déterminer les coefficients a_k et φ_k pour tout k entier naturel, en calculant des intégrales sur le temps, entre $-\infty$ et ∞. L'ensemble des harmoniques constitue le « spectre » de f.

Pour une fonction f non périodique intégrable, on peut selon les mêmes idées déterminer un spectre continu de f, les fréquences des harmoniques pouvant prendre n'importe quelle valeur et plus seulement des multiples d'une fréquence fondamentale.

Une opération symétrique, la « transformation de Fourier inverse » permet de calculer la valeur à chaque instant t, d'une fonction dont on connaît tous les harmoniques.

L'intérêt des fonctions sinusoïdales est qu'on sait très souvent étudier plus facilement leur comportement, dans un filtre par exemple. On sait alors comment chaque harmonique de f est amplifié et déphasé, ce qui permet, par transformée de Fourier inverse, de déterminer l'effet du filtre sur f elle même.

Un signal réel ne peut pas être mesuré avec une précision temporelle absolue, et encore moins l'avoir été de toute éternité. On détermine donc une approximation numérique du spectre de f par la « transformation de Fourier discrète » de f.

Pour cela, on mesure les valeurs de f à N instants régulièrement espacés sur une durée T : on dit qu'on « échantillonne » la fonction f, avec une fréquence d'échantillonnage $\nu_0 = \frac{N}{T}$. On peut ensuite calculer à partir de ces valeurs les amplitudes et les phases correspondant à une décomposition de la fonction f sur les N harmoniques de fréquences :

$$\nu_k = \frac{k}{T} \quad \text{pour } k = 0, 1, ..., N-1.$$

On obtient ainsi un spectre discret de Fourier, dont on espère qu'il est un échantillonage du véritable spectre de Fourier continu de f sur l'intervalle de fréquences choisi. D'après le théorème de Nyquist-Shannon, ce sera le cas si la fréquence d'échantillonnage ν_0 est supérieure au *double* de la fréquence de l'harmonique de rang le plus élevé composant f. Dans le cas contraire une sinusoïde de fréquence supérieure à $\nu_0/2$ aura en particulier la même transformée de Fourier discrète qu'une autre sinusoïde de fréquence inférieure à $\nu_0/2$: on parle de « repliement de spectre ».

On veillera donc à adapter la durée d'acquisition T et éventuellement le nombre de points N pour :

- avoir une fréquence d'échantillonage au moins deux fois supérieure aux harmoniques de poids non négligeables,
- avoir une durée d'acquisition suffisamment longue pour pouvoir observer plusieurs périodes dans le cas d'un signal périodique. En effet si T est trop petit, le pas avec lequel est discrétisé le spectre de Fourier, qui est $1/T$, pourra être trop grand par rapport à l'intervalle séparant les fréquences des harmoniques, égal à la fréquence du fondamental du signal.

V.2 ✍ Fonction FFT de l'oscilloscope

Les oscilloscopes numériques et le logiciel `Oscillo5` ont la possibilité de calculer, pratiquement en temps réel, la transformée de Fourier discrète du signal observé. Ils utilisent pour ça un algorithme de « transformée de Fourier » rapide, notée **FFT** (« fast Fourier transform »).

Dans le mode **FFT** :

- l'échelle en abscisse est alors la fréquence
- l'échelle en ordonnée représente la valeur efficace de la composante de Fourier à la fréquence considérée. Elle sera en V si l'échelle est linéaire. On peut également utiliser (avec l'oscilloscope, pas avec le logiciel `Oscillo5`) une échelle logarithmique (symbole **dBV**) dans laquelle une composante de Fourier d'amplitude efficace U_{eff} sera représentée par $20\log(U_{\text{eff}}/U_0)$

La fréquence d'échantillonnage ν_0 se règle :

- avec les options **Frequency Span Center Frequency** sur l'oscilloscope,
- avec l'option **Échelle de fréquence** sur `Oscillo5`

Dans les deux cas, la fréquence maximale affichée correspond à la moitié de la fréquence ν_0 puisque aucune information certaine ne peut être obtenue pour une composante de fréquence comprise entre $\nu_0/2$et ν_0. Néanmoins, on pourra malgré tout être confronté au problème du repliement de spectre si la fréquence du signal étudié est supérieure à la fréquence supérieure maximale affichée.

La durée d'acquisition T, et donc la résolution $1/T$, sont choisies :

- en réglant la base de temps sur l'oscilloscope,
- avec l'option **Résolution** sur `Oscillo5`

Dans les deux cas, on pourra ajuster la plage de fréquence affichée (pour « zoomer » sur la zone intéressante) et choisir la fréquence centrale affichée :

- avec l'option **Center Frequency** sur l'oscillo
- avec le curseur **Position** sur `Oscillo5`

On pourra utiliser `Oscillo5` ou les fonctions numériques de l'oscilloscope. `Oscillo5` est plus ergonomique (mode barres permettant de visualiser la résolution, curseurs), mais ne dispose pas du mode **dB**, pratique pour étudier le gain d'un filtre.

V.3 Études de signaux

Manipulations :

- *Réaliser la **FFT** d'une fonction sinusoïdale, produite par le **GBF**, ou par le mode **GBF** de `Oscillo5`.*
- *Varier la durée d'acquisition et la fréquence d'échantillonnage ν_0*
- *Observer le repliement de spectre quand la fréquence du signal du **GBF** est trop élevée par rapport à la fréquence ν_0.*

Manipulations :

- *Réaliser la **FFT** d'une fonction créneau, produite par le **GBF**. Mesurer les amplitudes relatives des différents harmoniques.*
- *Varier la durée d'acquisition et la fréquence d'échantillonnage.*
- *Observer le repliement de spectre quand la fréquence du signal du **GBF** est trop élevée.*

Exploitation :

Vérifier que les amplitudes relatives relevées sont compatibles avec le développement en série de Fourier suivant :

$$U_e(t) = \frac{4E}{\pi}\left(\cos(\omega t) - \frac{\cos(3\omega t)}{3} + \frac{\cos(5\omega t)}{5} - \frac{\cos(7\omega t)}{7} + \ldots + \frac{(-1)^n\cos((2n+1)\omega t)}{2n+1}\right).$$

V.4 Effet d'un filtrage sur le spectre

On reprend les filtres précédents : RLC série ou bouchon au choix et quartz piézo-électrique.

Manipulations :

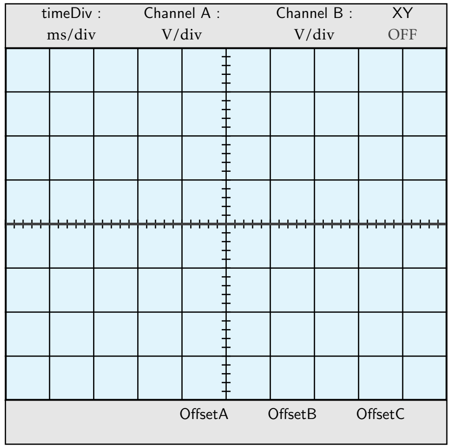
*Relever les amplitudes, en **dB**, des composantes ν_k de la **FFT** de l'entrée et de la sortie du filtre, notées respectivement $V_{dB,e}(\nu_k)$ et $V_{dB,s}(\nu_k)$.*

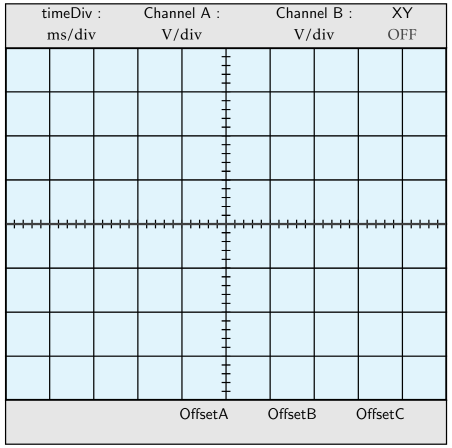
Exploitation :

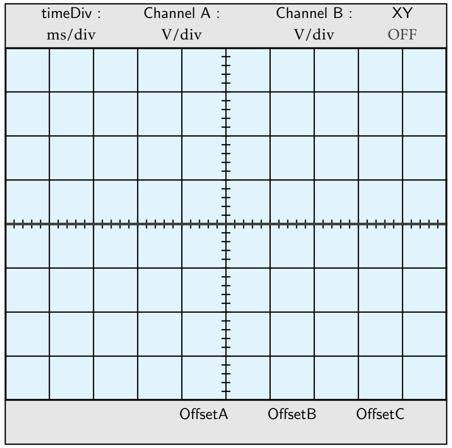
*Vérifier que, pour chaque fréquence ν_k de la **FFT**, on a :*

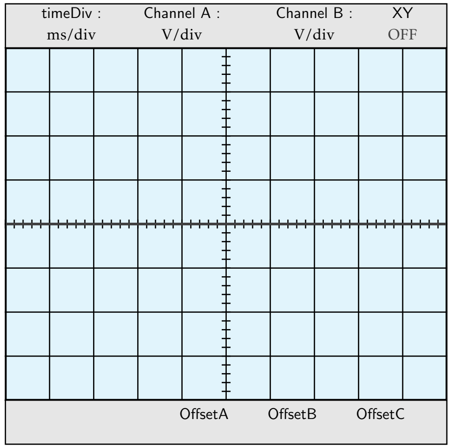
$$V_{dB,s}(\nu_k) = V_{dB,e}(\nu_k) + G_{dB}(\nu_k),$$

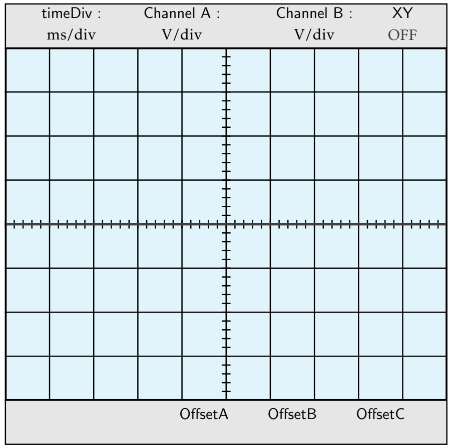
*avec $G_{dB}(\nu_k)$ le gain en **dB** du filtre à la fréquence ν_k.*

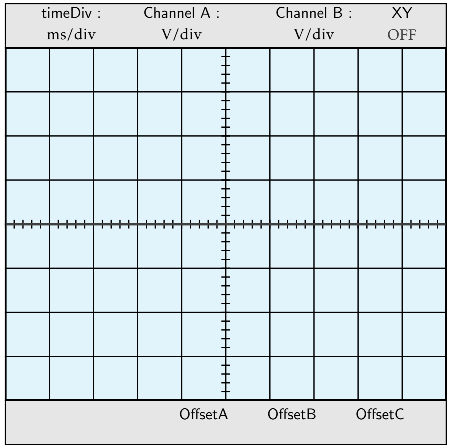

timeDiv :
Channel A :
Channel B :
XY
ms/div
V/div
V/div
OFF
OffsetA
OffsetB
OffsetC

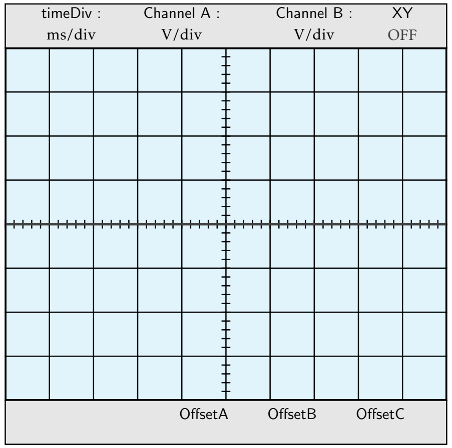

timeDiv :
Channel A :
Channel B :
XY
ms/div
V/div
V/div
OFF
OffsetA
OffsetB
OffsetC

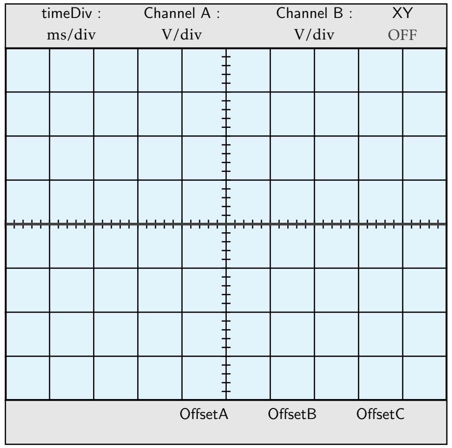

timeDiv :
Channel A :
Channel B :
XY
ms/div
V/div
V/div
OFF
OffsetA
OffsetB
OffsetC


timeDiv :
Channel A :
Channel B :
XY
ms/div
V/div
V/div
OFF
OffsetA
OffsetB
OffsetC


timeDiv :
Channel A :
Channel B :
XY
ms/div
V/div
V/div
OFF
OffsetA
OffsetB
OffsetC


timeDiv :
Channel A :
Channel B :
XY
ms/div
V/div
V/div
OFF
OffsetA
OffsetB
OffsetC


timeDiv :
Channel A :
Channel B :
XY
ms/div
V/div
V/div
OFF
OffsetA
OffsetB
OffsetC


timeDiv :
Channel A :
Channel B :
XY
ms/div
V/div
V/div
OFF
OffsetA
OffsetB
OffsetC