

Objectifs :

- Déterminer la loi de variation d'une force de frottement avec la vitesse.
- Vérifier l'accord de l'équation paramétrique du mouvement avec cette loi de variation.

Matériel :

- rampe et chariot Pasco,
- détecteur de position à ultrasons Pasco
- logiciels DataStudio, Qtiplot
- balance

I Généralités**I.1 Freinage par courants de Foucault**

Il apparaît des courants dans un conducteur voyant un champ magnétique varier. Ce phénomène peut être observé :

- quand le conducteur se déplace dans un champ magnétique stationnaire,
- quand le conducteur est stationnaire mais que le champ magnétique varie temporellement, par exemple quand un aimant permanent se déplace le long du conducteur.

Quand ces courants apparaissent dans la masse du conducteur, ils sont nommés *courants de Foucault*. Ils constituent un phénomène dissipatif et permettent par exemple de freiner un aimant permanent se déplaçant à proximité d'un conducteur *sans contact mécanique*.

On étudie les caractéristiques de la force de freinage due aux courants de Foucault, notée \vec{F}_f , exercée sur un chariot sur lequel sont fixés des aimants permanents et qui se déplace sur une rampe en aluminium (métal non magnétique mais conducteur). Il s'agit d'une force de frottement fluide, d'intensité croissante avec le module de la vitesse relative v des aimants et du conducteur, dont on cherche à montrer qu'elle se met sous la forme :

$$\|\vec{F}_f\| = \beta v^n,$$

avec β et n des constantes positives.

I.2 Rappels sur les forces de frottement fluide

Un solide en translation (le chariot) soumis à une force constante et à une force de frottement fluide acquiert asymptotiquement une vitesse limite v_∞ , d'autant plus grande que la force constante est intense, la durée caractéristique, qu'on notera τ étant d'autant plus grande que la force constante (et donc la vitesse v_∞) est grande.

On considère que les roues du chariot sont de masse suffisamment faibles pour qu'on puisse le considérer comme un solide en translation et on note x l'abscisse le long du plan incliné d'un angle α . En considérant que les frottements *mécaniques* sont négligeables devant les frottements *par courants de Foucault*, l'équation différentielle d'évolution de x est (tant que $\frac{dx}{dt} > 0$) :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = m \frac{dv}{dt} = mg \sin(\alpha) - \beta v^n$$

La force constante est ici la composante du poids le long de la rampe. On montre immédiatement que les caractéristiques du mouvement sont :

$$\begin{cases} v_\infty &= \left(\frac{mg \sin(\alpha)}{\beta} \right)^{1/n} \\ \tau &= \frac{m v_\infty^{1-n}}{\beta} \end{cases}$$

On peut alors mettre l'équation précédente sous la forme :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v_\infty}{\tau} \left(\frac{v}{v_\infty} \right)^n = \frac{v_\infty}{\tau},$$

qu'on peut résoudre pour certaines valeurs de n .

II Acquisition avec DataStudio**II.1 Configuration**

La position x est mesurée en temps réel par le capteur à ultrasons qui fonctionne sur le principe d'un radar : il mesure la durée mise par une impulsion pour faire un aller-et-retour entre l'émetteur et le chariot.

Configurer, dans l'onglet Options

- le capteur pour qu'il acquière la position et qu'il calcule la vitesse,
- la fréquence de lecture à 25 Hz.

II.2 Choix des représentations

Déclenchement On lance une acquisition en cliquant sur Démarrer, on l'arrête avec Stop. Chaque acquisition rajoute des éléments dans la fenêtre Données. On choisit les grandeurs à représenter en abscisse/ordonnée par un clic gauche sur la légende correspondante dans la fenêtre Graphique.

Échelle On choisit une échelle automatique par un clic droit → Échelle dans la fenêtre Graphique. On ajuste manuellement l'échelle d'un axe par un clic gauche sur les nombres de l'échelle (le curseur se transforme en ressort). On translate le zéro d'un axe par un clic-gauche sur l'axe lui-même (le curseur se transforme en une main).

Manipulation des données On supprime un ensemble de donnée d'un graphique par un clic-droit → Supprimer les données sélectionnées sur un point de la courbe correspondante. On supprime complètement les données du système par clic-gauche → Suppr dans la fenêtre Données.

Nouveau Graphique On crée une nouvelle fenêtre graphique par un double clic dans l'entrée Graphique de la fenêtre Affichages.

Barres d'erreur On peut représenter des barres d'erreur, configurables par un double-clic gauche → Incertitudes sur le fond du graphique.

On veillera à nommer de manière explicite chacune des acquisitions expérimentales par clic-gauche sur son nom dans la fenêtre Données.

II.3 Exploitation

Stastique DataStudio permet d'extraire facilement des informations des données, sans passer par l'utilisation d'un tableur. Un clic-droit → Statistiques sur le fond du graphique ajoute des informations statistiques au cadre des légendes des courbes. On choisit les grandeurs à afficher (moyenne, écart-type...) par le bouton représentant un Σ . On peut restreindre le calcul à un sous-ensemble des données correspondant à une courbe en sélectionnant la courbe (clic-gauche sur la courbe ou sa légende) puis en sélectionnant un rectangle délimitant les points à prendre en compte.

Régression Le bouton Régression permet de réaliser des ajustements (linéaires ou autres) sur les données d'une courbe. On peut restreindre les points à prendre en compte de la même manière que pour les mesures statistiques. On pourra également utiliser

III Loi de vitesse

III.1 Établissement de la loi de puissance

On veillera soigneusement à garder constante la distance entre les aimants et la rampe d'une manipulation à l'autre. On pourra par exemple utiliser la plaque métallique comme cale.

On pourra également ajuster cette distance au moyen d'une cale formée d'un nombre

déterminé de feuilles de papier dont on mesurera si nécessaire l'épaisseur en la ramenant à celle d'une ramette de papier dont on connaît le nombre de feuille.

On placera les aimants à l'arrière de la voiture pour éviter un choc qui les déplacerait en fin de parcours.

Manipulations :

- Régler le commutateur de l'émetteur sur le symbole représentant le chariot.
- Placer la plaque métallique orthogonalement à la voiture pour réfléchir les ultrasons de l'émetteur.
- Enregistrer les évolutions temporelles de x et de la vitesse v lors de la descente de la rampe par le chariot sans aimant.
- Placer les aimants à l'arrière de la voiture et réaliser les mêmes enregistrements pour différents angles α d'inclinaison de la rampe, entre 0° et environ 15° .

Exploitation :

On pourra choisir de tracer x en fonction de t , ou bien v en fonction de x suivant le cas.

- Vérifier que le mouvement est uniformément accéléré pour la descente sans aimants.
- Vérifier que, pour les descentes avec aimants, on atteint bien le régime asymptotique où v est constante. Il est possible que ce ne soit pas le cas pour les grandes valeurs de α , si les aimants ne sont pas assez proches. Relever les valeurs de v_∞ quand c'est possible.
- Réaliser avec *Qtplot* une régression linéaire de $\ln(v_\infty)$ en fonction de $\ln(\alpha)$.
- Dédurre de la régression linéaire la valeur de la puissance n .
- Déterminer également le coefficient β .

On pourra prendre en compte les barres d'erreur expérimentales fournies par les mesures statistiques ou la régression linéaire de DataStudio dans l'ajustement réalisé par *Qtplot* pour obtenir l'imprécision sur n et β .

Questions :

- Que peut-on conclure concernant les frottements mécaniques ?
- L'imprécision sur n permet-elle de conclure avec certitude sur la valeur de n si on admet que celle-ci est entière ?

III.2 Temps caractéristique

On vérifie maintenant la forme de l'évolution temporelle de x .

Questions :

Vérifier que, pour $n = 1$, on a :

$$v = v_{\infty} + (v_0 - v_{\infty}) \exp(-t/\tau) \quad x = x_0 + v_{\infty} t + \tau (v_0 - v_{\infty}) (1 - \exp(-t/\tau))$$

$$v_{\infty} = \tau g \sin(\alpha)$$

Manipulations :

Choisir une distance des aimants et un angle α tels que la durée sur laquelle croît la vitesse v soit non négligeable. Réaliser l'acquisition de v en fonction du temps sur une descente.

Exploitation :

- Réaliser l'ajustement de $v(t)$ par la forme correspondant à la valeur de n . On pourra utiliser l'outil *Régression* → *Régression définie par l'utilisateur* et définir une fonction de la forme

$$A + B \exp(-(x - x_0)/\tau).$$

Il pourra cependant être plus commode d'exporter les données correspondantes par *Fichier* → *Exporter les données* pour réaliser l'ajustement avec *Qtiplot*. Dans les deux cas, on pourra ne pas prendre en compte le début et la fin pour l'ajustement.

- En déduire les valeurs de v_{∞} et τ .
- Vérifier que la valeur du quotient v_{∞}/τ est celle prédite par le modèle.

III.3 Variation avec la distance des aimants ☺

Manipulations :

Déterminer de la même manière que précédemment les valeurs de β pour différentes valeurs de la distance, notée d , entre les aimants et la rampe.

Exploitation :

On suppose que le coefficient β varie avec d selon :

$$\beta = \frac{K}{d^p},$$

avec K et p des constantes positives. Déterminer de la même manière que précédemment la valeur de p .