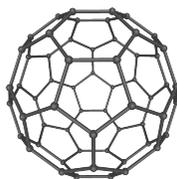


Problème 1 : Ondes de matières de Buckminsterfullerène

On étudie les interférences des ondes de matière d'une grosse molécule formée de 60 atomes de carbone présentant la même structure qu'un ballon de football. On la désignera par C_{60} dans toute la suite.



I Caractéristiques de l'onde de matière

On produit une vapeur de C_{60} dans un four à une température notée T .

- I.1. (a) La vitesse caractéristique des molécules est notée v , de l'ordre de $v = 1 \cdot 10^2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Calculer la valeur de la longueur d'onde de de Broglie correspondante, notée λ_{dB} .
- (b) Estimer un ordre de grandeur du diamètre de la molécule C_{60} en fonction de la distance d_{C-C} entre deux atomes de carbone et commenter.
- (c) Proposer par analyse dimensionnelle une expression de la vitesse typique de particules de masse m dans un gaz à la température T . On utilisera la constante de Boltzmann $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$. En déduire un ordre de grandeur de la température du gaz de C_{60} dans l'expérience considérée.
- I.2. Dans une expérience historique, Shimizu et Shimizu ont utilisé des atomes de Ne métastables à une température de $T = 2,5 \text{ mK}$. Calculer un ordre de grandeur de la longueur d'onde de Broglie correspondante et comparer au cas des C_{60} . Lequel de ces deux dispositifs permet d'observer le plus facilement des interférences d'ondes de matière ?

II Diffraction par un réseau de fentes

Les molécules de C_{60} sont envoyées sur un réseau plan de fentes orthogonal à la direction du jet moléculaire. Les fentes ont pour largeur 50 nm et sont deux à deux distantes de $d = 100 \text{ nm}$.

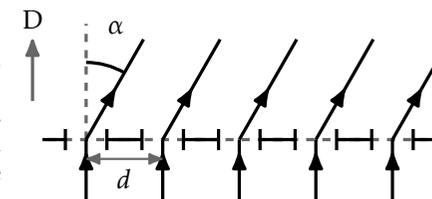
- II.1. On étudie la condition d'interférences constructives. On pourra admettre le résultat pour poursuivre. On observe la figure d'interférence à une distance D grande devant d .

- (a) Montrer que les interférences entre les ondes de matière issues des différentes fentes seront constructives dans les directions α vérifiant :

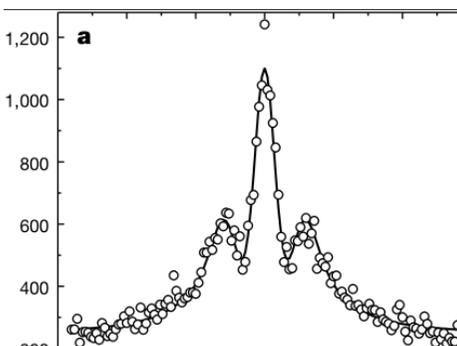
$$d \sin(\alpha) = p \lambda_{dB} \quad \text{avec } p \in \mathbb{Z}. \quad (1)$$

- (b) En déduire l'expression de l'interfrange, noté i , quand on détecte les molécules à une grande distance $D \gg d$. Vérifier que pour $\lambda_{dB} \ll d$, on a :

$$i = \frac{\lambda_{dB} D}{d}. \quad (2)$$



- II.2. La figure ci-contre représente les impacts de molécules (en unités arbitraires) pour une observation à une distance $D = 1,25 \text{ m}$. L'abscisse est la position sur l'écran, la distance entre deux graduations est de $25 \mu\text{m}$.



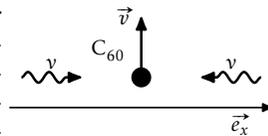
- (a) Déduire de cette courbe la valeur de la vitesse v des molécules.
- (b) Déterminer un ordre de grandeur de la dispersion maximale des vitesses v au delà de laquelle le brouillage sera tel qu'on ne pourra plus observer d'interférences.

III Diffraction par une onde lumineuse stationnaire

Dans une autre expérience la diffraction de l'onde de matière de C_{60} est réalisée par une onde stationnaire lumineuse. L'interaction des C_{60} avec l'onde stationnaire permet en effet d'obtenir un phénomène de diffraction analogue à celui d'un réseau de fentes.

- III.1. On propose dans cette question un modèle simple permettant de retrouver les directions dans lesquelles les interférences seront constructives. On considère une molécule de C_{60} située dans l'onde stationnaire formée par deux faisceaux laser contrapropageants, monochromatiques, synchrones de fréquence ν . La molécule est initialement animée d'un vecteur vitesse \vec{v} dans une direction orthogonale à la direction de propagation des lasers (voir la figure ci-dessous).

- (a) On considère un processus au cours duquel la molécule absorbe un photon d'un des faisceaux et ré-emet un photon dans l'autre faisceau. Déterminer la variation de quantité de mouvement de la molécule si la quantité de mouvement totale est conservée (on ne se préoccupera pas de vérifier la conservation de l'énergie au cours de ce processus). Déterminer également la nouvelle direction du vecteur vitesse.



- (b) On considère $\lambda_{dB} \ll c/v$. Justifier qu'on peut considérer que la norme de la vitesse de la molécule n'est pas changée au cours du processus et simplifier l'expression de la nouvelle direction de \vec{v} . Vérifier qu'on retrouve alors la condition de l'équation (1). On admet que ce modèle donne les directions des interférences constructives pour une onde de matière placée dans une onde stationnaire lumineuse.

III.2. Cette expérience a été réalisée dans des conditions proches de celles des précédentes parties, en utilisant un laser de longueur d'onde $\lambda_L = 514\text{nm}$. Les courbes ci-dessous représentent la figure d'interférences sur un écran placé à une distance $D = 1,25\text{m}$ après la traversée par les C_{60} de l'onde stationnaire. Les différentes courbes correspondent à différentes valeurs de l'intensité des faisceaux, notée P_0 sur les graphiques.

- (a) Déduire de ces courbes la valeur de la vitesse des molécules de C_{60} .
- (b) Déterminer comment changerait la position des pics pour des molécules de C_{70} issues d'un four à la même température.
- (c) Déterminer comment changerait la position des pics si les directions des faisceaux forment un petit angle. En déduire un ordre de grandeur de la précision requise lors de l'alignement des faisceaux pour que la figure d'interférences soit observable.

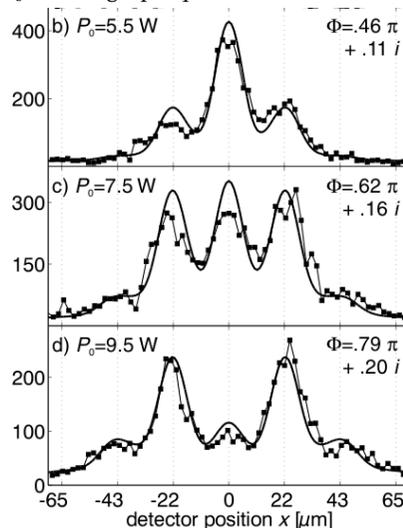


FIGURE 1

III.3. (a) Commenter l'évolution des courbes de la figure 1 quand on augmente l'intensité des faisceaux laser (puissance notée P en W). Pourrait-on observer ce comportement avec

le dispositif de la partie II ?

- (b) La traversée de l'onde stationnaire communique à la fonction d'onde de l'onde de matière une phase $\Phi(x)$ proportionnelle à l'intensité $I(x)$ de l'onde lumineuse à l'abscisse x . Tracer l'allure de la courbe $I(x)$ de l'onde stationnaire et en déduire, sans calcul, qu'on peut envisager en particulier d'annuler l'onde diffractée dans la direction $\alpha = 0$ si l'intensité des faisceaux laser est suffisante.

Question subsidiaire : Comparer les ordres de grandeur des distances dans ces expériences à celles d'un ballon et d'un but de football. Commenter.

Données : masse molaire du carbone $M(C) = 12\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; longueur caractéristique d'une liaison C-C $d_{C-C} = 150\text{pm} = 1,50\cdot 10^{-10}\text{m}$; masse molaire du néon $M(\text{Ne}) = 20,2\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$; constante de Planck $h = 6,63\cdot 10^{-34}\text{J}\cdot\text{s}$; constante de Boltzmann $1,38\cdot 10^{-23}\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$; constante d'Avogadro : $N_A = 6,02\cdot 10^{23}\text{mol}^{-1}$.

Les paramètres de la partie II sont ceux de l'expérience de l'équipe de A. Zeilinger en 1999 : «Wave-particle duality of C_{60} molecules», Arndt et al., Nature **401**,680,1999. Ceux de la partie III correspondent à l'expérience de Zeilinger de 2001 : «Diffraction of Complex Molecules by Structures Made of Light», O. Nairz et al., Physical Review Letters **87**, 160401, 2001.

Problème 2 : Quelques instruments d'optique

On étudie quelques caractéristiques d'instruments d'optique. Les lentilles seront considérées minces et utilisées dans les conditions de Gauss. On rappelle ci-après les formules de conjugaison et de grandissement transversal.

Soit une lentille mince \mathcal{L} de centre O , de foyers objet et image F et F' dont on note f' la distance focale. Si A' et A sont deux points de l'axe optique conjugués par \mathcal{L} , on a :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'} = \frac{1}{f'} \quad \text{et} \quad \overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2.$$

Si B et B' sont deux points conjugués, hors de l'axe optique, dans les plans conjugués contenant A et A' , le grandissement transversal γ_t vérifie :

$$\gamma_t = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} = \frac{f'}{\overline{FA}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}.$$

I Observations à l'infini

On considère le dispositif représenté sur la figure 4 (sur une page seule à la fin de l'énoncé), utilisé pour observer des objets à l'infini. Il est constitué d'une lentille convergente \mathcal{L}_1 nommée

«objectif» de distance focale notée $f'_1 > 0$ et d'une lentille divergente \mathcal{L}_2 de distance focale $f'_2 = -f'_o < 0$, nommée «oculaire». Le foyer image de l'objectif coïncide avec le foyer objet de l'oculaire. On nomme «lunette» l'ensemble de l'objectif et de l'oculaire.

Dans toute la suite, la valeur absolue de l'oculaire sera toujours f'_o , qu'il soit formé d'une lentille convergente ou divergente.

- I.1. (a) Tracer, sur la figure 4, la marche à travers l'objectif et l'oculaire des deux rayons parallèles représentés.
 (b) En déduire que l'image d'un objet à l'infini est elle-aussi à l'infini. Quel intérêt présente ce dispositif pour une observation en plaçant l'œil après l'oculaire?
- I.2. On note α' l'angle que le faisceau émergent forme avec l'axe optique.
 (a) Déterminer l'expression du quotient α'/α , nommé «grossissement» en fonction des distances focales.
 (b) On donne le diamètre angulaire apparent de la Lune $D = 0^\circ 31'$. Pour quelle valeur de la distance focale f'_1 la Lune sera-t-elle vue à travers le dispositif sous un angle de 20° .
- I.3. On considère maintenant un dispositif formé du même objectif \mathcal{L}_1 et d'un oculaire \mathcal{L}_3 convergent de distance focale $f'_o > 0$, qu'on nomme de nouveau «lunette».
 (a) Comment placer l'objectif et l'oculaire pour que l'image d'un objet à l'infini soit de nouveau à l'infini. Comparer le grossissement (valeur absolue, signe) au cas de la figure 4. On fera un schéma du dispositif correspondant. On suppose cette condition réalisée dans toute la suite de cette question (I.3).
 (b) On place dans le plan orthogonal à l'axe optique et passant par F'_1 une lame de verre transparente présentant des graduations équidistantes de $\Delta y = 1 \text{ mm}$. On souhaite qu'un objet observé sous un angle de $3'$ ait une largeur d'une graduation quand on l'observe avec la lunette. Quel doit être le grossissement de la lunette?
 (c) Quel défaut vous paraît présenter ce dispositif pour des observations terrestres?
- I.4. On réalise le dispositif représenté à la figure 2 constitué de trois lentilles convergentes : l'objectif \mathcal{L}_1 et l'oculaire \mathcal{L}_3 précédents, et une lentille dite «de véhicule», notée \mathcal{L}_v de distance focale notée f'_v . Le foyer image F'_1 est en amont du foyer objet F_3 et la lentille de véhicule \mathcal{L}_v est située au milieu du segment $[F'_1 F_3]$.

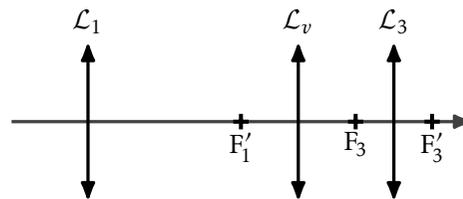


FIGURE 2

- (b) Proposer un dispositif à deux lentilles de véhicule identiques possédant les mêmes propriétés que celui de la figure 2 mais pour lequel la distance entre les deux lentilles \mathcal{L}_1 et \mathcal{L}_3 est plus faible.

II Observations à distance finie

On utilise maintenant le montage de la figure 4 pour des observations d'objets à distance finie. Pour cela on doit légèrement déplacer l'objectif \mathcal{L}_1 le long de l'axe optique.

L'image par l'ensemble des deux lentilles doit toujours être envoyée à l'infini.

- II.1. Dans cette question, l'oculaire est de nouveau divergent, de distance focale $f'_2 = -f'_o < 0$ et on observe des oiseaux situés à une distance $D = 50 \text{ m}$ en amont de l'objectif \mathcal{L}_1 .
 (a) Préciser, en le justifiant soigneusement, si on doit diminuer ou augmenter la distance $O_1 O_2$ par rapport à la configuration de la figure 4.
 (b) Les oiseaux ont une taille de 10 cm et on souhaite les voir sous un angle de $2^\circ 30'$. Déterminer quelle doit être la distance focale de l'objectif \mathcal{L}_1 et à quelle distance on doit le placer de l'oculaire \mathcal{L}_2 .
- II.2. On réalise maintenant un viseur formé d'un oculaire \mathcal{L}_3 maintenant convergent, de distance focale f'_o et d'un objectif \mathcal{L}_1 convergent, de distance focale $f'_1 = 10 \text{ cm}$.
 (a) Quelle doit être la distance entre l'objectif et l'oculaire pour qu'on observe nettement sans accommoder les objets situés à la distance $2f'_1$ en amont de l'objectif? On supposera cette condition réalisée dans toute la suite.
 (b) On utilise le viseur (formé des lentilles \mathcal{L}_1 et \mathcal{L}_3 convergentes) pour déterminer la distance focale f'_i inconnue d'une lentille divergente. On utilise pour cela le protocole suivant, illustré sur la figure 3.
 - un objet AB est placé par autocollimation au foyer objet d'une lentille \mathcal{L}_a convergente,
 - une deuxième lentille convergente \mathcal{L}_m , de distance focale f'_m est placée en aval. On note la position P_1 du viseur (dont on ne détaille plus la constitution sur les schémas) permettant de voir nette dans le viseur l'image de l'objet formé par les deux lentilles \mathcal{L}_a et \mathcal{L}_m .
 - on place ensuite la lentille divergente inconnue \mathcal{L}_i au foyer objet de \mathcal{L}_m .
 - on cherche la nouvelle position P_2 du viseur permettant de voir nette dans le viseur l'image de AB par l'ensemble des lentilles \mathcal{L}_a , \mathcal{L}_i et \mathcal{L}_m .
 On mesure $P_1 P_2 = 15 \text{ cm}$ pour $f'_m = 10 \text{ cm}$. Déterminer la valeur de f'_i .
- (c) L'œil de l'observateur peut accommoder entre l'infini et une distance nommée d_{pp} . Déterminer la zone de l'axe optique dans laquelle les objets peuvent être vus au travers du viseur selon qu'on accomode au maximum ou qu'on n'accomode pas, l'œil étant placé au niveau de la lentille \mathcal{L}_3 . Calculer sa longueur pour une valeur raisonnable de d_{pp} . Commenter et proposer une correction de ce défaut.

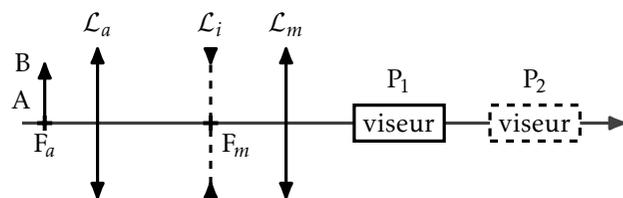


FIGURE 3

Données : Valeur absolue de la distance focale de l'oculaire $f_o = 3$ cm.

Feuille à rendre avec la copie

NOM :

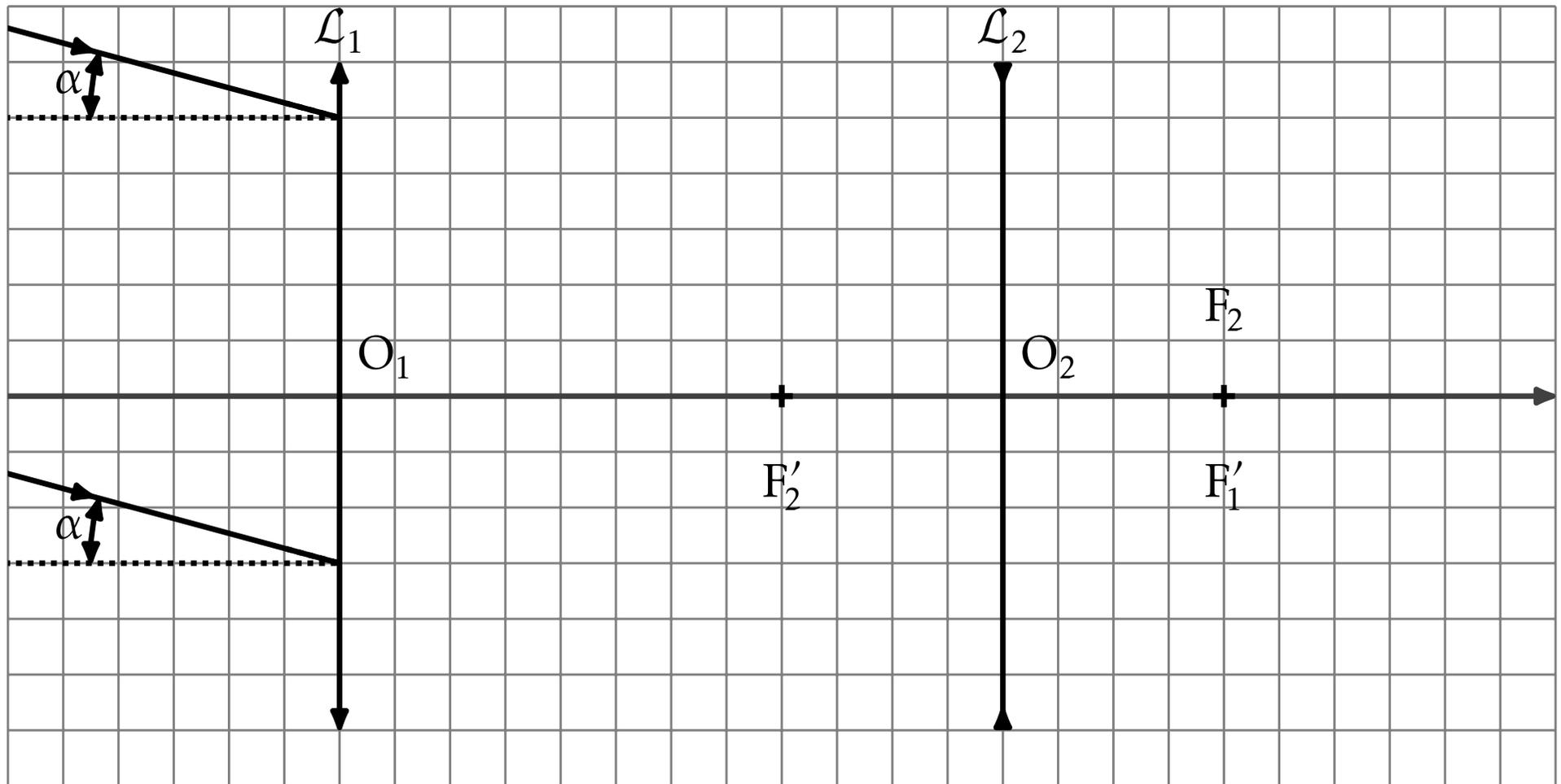


FIGURE 4 – Dispositif pour une observation à l’infini du problème 1. La lentille \mathcal{L}_1 est convergente de foyer image F_1' . La lentille \mathcal{L}_2 est divergente de foyer objet F_2 confondu avec F_1' .