Problème 1 : Construction de filtres

On étudie l'emploi de filtres pour transformer des signaux électriques.
Données : Résistance $R_1 = 1{,}0\,k\Omega$, capacité $C_1 = 160\,nF$.

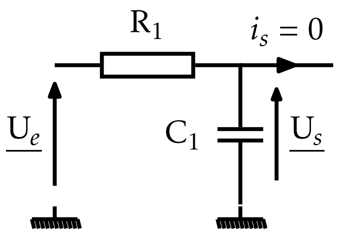
I Circuit du premier ordre

On réalise le filtre de la figure ci-dessous.

I.1. Déterminer sans calcul la nature du filtre.

I.2. Déterminer l'expression de sa fonction de transfert $\underline{H} = \underline{U_s}/\underline{U_e}$ en régime sinusoïdal établi et identifier sa fréquence de coupure, notée f_c. Calculer sa valeur.

I.3. tracer son diagramme de Bode en amplitude (gain en dB en fonction du logarithme du quotient f/f_c, avec f la fréquence). On veillera à préciser les équations des asymptotes.



II Correction de la distorsion harmonique

Un signal sinusoïdal de fréquence f peut être déformé lors de la traversée de divers systèmes électroniques. En particulier, on peut voir apparaître des composantes harmoniques aux fréquences nf, avec $n \in \mathbb{N}^\star$. On obtient alors, dans le cas d'une tension, une expression de la forme :

$$u(t) = \sum_{n\in\mathbb{N}} U_n \cos(2\pi n f t + \varphi_n) \tag{1}$$

On définit dans ce cas le «taux de distorsion harmonique de rang n», noté TDH_n par la suite par :

$$TDH_n = 100 \times \frac{U_n}{U_1}. \tag{2}$$

II.1. On considère un signal créneau dont le spectre de Fourier est représenté sur la figure ci-contre. Y lire les valeurs des taux de distorsion harmonique de rangs 1, 3 et 5.

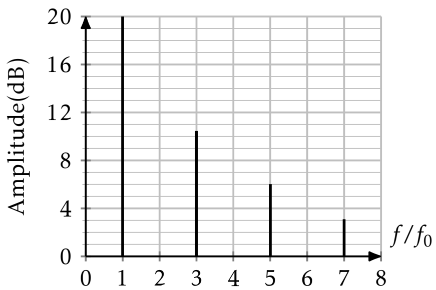


Figure 1 – Spectre de Fourier d'un signal créneau de fréquence f_0.

II.2. Un exemple de déformation d'un signal est l'effet de «saturation» observé quand l'amplitude du signal approche la valeur maximale U_{max} que peut fournir le dispositif électronique. On considère le cas extrême où le signal initialement sinusoïdal de fréquence f_i devient après déformation un créneau d'amplitude U_{max} et de même fréquence f_i, noté $u_k(t)$ (son spectre de Fourier est donc celui de la figure 1).

(a) On filtre le signal $u_k(t)$ par le circuit de la section I. Déterminer les taux de distorsion harmonique des harmoniques de rangs 3 et 5 pour $f_i = 1\,kHz$.

(b) Même question pour l'harmonique de rang 3 pour un signal de fréquence $f_i = 5\cdot 10^2\,Hz$ puis pour un signal de fréquence $f_i = 2\,kHz$.

(c) Pour lequel de ces signaux la correction de la distorsion est-elle la plus efficace ?

II.3. Commenter qualitativement l'utilité d'un passe-bas du premier ordre pour corriger la distorsion harmonique d'un signal complexe non nécessairement périodique comme celui d'un système audio par exemple.

III Utilisation d'un filtre d'ordre 2

On considère dans toute la suite la correction de la distorsion harmonique d'un signal créneau comme celui du **II.1**.

On souhaite dans cette partie améliorer le filtre du I en rajoutant en sortie un autre filtre utilisant deux dipôles X et Y comme représenté sur la figure ci-contre.

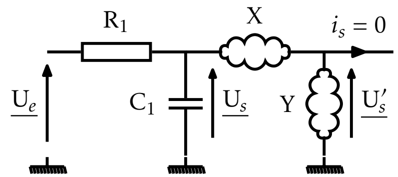


Figure 2 – On ajoute les dipôles X et Y en sortie du filtre de la section I.

III.1. On ne dispose plus que de boîtes à décades d'inductances et de résistances et on ne souhaite pas modifier les composants du filtre du I. Déterminer où placer une bobine et une résistance (positions X et Y) pour réaliser un passe-bas d'ordre 2. On notera respectivement R_2 et L_2 les valeurs de la résistance et de l'inductance utilisées.

III.2. (a) Déterminer l'expression de la fonction de transfert $\underline{H} = \underline{U'_s}/\underline{U_e}$ et la mettre sous la forme suivante :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + j\frac{\omega}{Q\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}. \tag{3}$$

On précisera les expressions de Q et ω_0 en fonction des paramètres du circuit.

(b) Proposer des valeurs pour L_2 et R_2 permettant d'avoir $f_0 = \omega/(2\pi) = f_c$ (avec f_c la fréquence définie à la section I) et $Q = 1/\sqrt{2}$. On pourra simplifier les expressions de ω_0 et Q en utilisant les grandeurs $x = R_2/R_1$ et $y = L_2/(R_1^2 C_1)$.

III.3. (a) Tracer l'allure du diagramme de Bode du gain pour $Q = 1/\sqrt{2}$.

(b) En déduire le taux de distorsion pour l'harmonique de rang 3 du signal obtenu quand ce filtre est appliqué au créneau défini à la question **II.2** pour $f_i = 1\,kHz$, $f_i = 5\cdot 10^2\,Hz$ puis pour $f_i = 2\,kHz$. Commenter.