

## Code python

```

from sympy import symbols, solve, pprint
u, i, i3 = symbols('u i i3') # Inconnues
E1, E2, eta = symbols('E1 E2 eta') # Donnees
R1, R2, R3, R4 = symbols('R1 R2 R3 R4') # Donnees
sol = solve((R3 * i3 - u,
            E2 - R2 * (i - i3) + R4 * (eta - i),
            R3 * i3 + E2 - R2 * (i - i3) - E1 - R1 * (eta - i3)),
            u, i, i3)
pprint(sol)

```

## Charge électrique

## Définition : Charge électrique

- la *charge électrique* (notée  $q$ ) est une grandeur physique caractéristique des objets physiques, exprimée en coulombs, de symbole  $C$ .
- la charge de tout objet est un multiple entier (relatif) de la *charge élémentaire*  $e = 1,602\,176\,53(14) \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

Dans le cas d'un objet de taille macroscopique, le nombre  $N$  de particules chargées sera toujours très grand devant 1 (on note  $N \gg 1$ ), et la charge très grande devant la résolution des appareils de mesure, on considérera donc que la charge *varie continûment*,  $q$  sera alors un réel.

## Conservation de la charge

## Loi de la conservation de la charge

La charge électrique est une grandeur *conservative*. Les variations de la charge  $q_V$  contenue dans un volume  $\mathcal{V}$  délimité par une surface fermée  $\mathcal{S}$  sont uniquement dues à l'entrée dans  $\mathcal{V}$  ou à la sortie de  $\mathcal{V}$ , à travers  $\mathcal{S}$  de particules chargées, nommées *porteurs de charge* (PDC).

## Courant électrique

## Définition : Courant électrique

- On nomme *courant électrique* un mouvement d'ensemble de porteurs de charge. Le *sens conventionnel du courant* est le sens de déplacement des porteurs de charges positives.
- L'*intensité*  $i$  du courant à travers une surface  $\mathcal{S}$  orientée est la charge *nette* traversant  $\mathcal{S}$  par unité de temps dans le sens positif défini par l'orientation de la surface  $\mathcal{S}$ . Si la charge nette  $\delta q$  infinitésimale traverse  $\mathcal{S}$  dans le sens positif pendant la durée infinitésimale  $dt$ , on a :

$$i = \frac{\delta q}{dt}.$$

- L'intensité du courant électrique s'exprime en ampères, de symbole  $A$ .

## Définition : Ampère

L'ampère est l'intensité d'un courant constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force égale à  $2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$  par mètre de longueur.

## Ordres de grandeur

**Exemple : Ordres de grandeur**

Domaine	Ordre de grandeur
signaux nerveux	20 $\mu$ A
signaux électroniques	10 mA
intensité létale	20 mA
ampoule à incandescence	1 A
plaques du cuisson	20 A
Alimentation d'un train	500 A
Éclair	50 kA

**Types de courants****Définition : Types de courants**

On peut observer des courants :

**particulaires** constitués de particules chargées se déplaçant dans le vide.

**de convection** constitués de particules chargées solidaires d'un milieu matériel mobile.

**de conduction** constitués de particules chargées se déplaçant au sein d'un milieu matériel fixe.

**Conducteurs et isolants****Définition : Milieu conducteur**

Un milieu est dit *conducteur* si on peut y provoquer un courant électrique de conduction. Il est *isolant* dans le cas contraire.

Les milieux conducteurs diffèrent suivant la nature des porteurs de charge. On distingue :

**les métaux** dans lesquels la conduction est assurée par des électrons dits *de conduction ou libres*, de charge  $q = -e < 0$ .

**les solutions électrolytiques** dans lesquelles les porteurs de charge sont des cations et anions de charge différente de signe opposé, se déplaçant donc en sens inverse.

**les gaz** qui sont isolants dans les conditions usuelles, mais dont l'ionisation des atomes en cations libère des électrons pour une température suffisamment élevée ou un champ électrique suffisamment intense. On obtient alors un *plasma* dans lequel les porteurs de charge sont les cations et les électrons de charge de signe opposé, se déplaçant donc en sens inverse.

**les semiconducteurs** qui sont isolants aux températures usuelles mais dans lesquels des électrons de conduction apparaissent aux températures plus élevées. Les porteurs de charge sont alors ces électrons de conduction et les « trous », de charge positive, qu'ils ont laissés dans la répartition des charges du solide.

**Lien avec l'énergie des PDC****Définition : Potentiel et tension**

- il existe une grandeur scalaire nommée *potentiel électrique au point M*, notée  $v(M)$  et définie en tout point  $M$ , telle que l'énergie potentielle électrique d'un porteur de charge de la charge  $q$  au point  $M$  est  $\mathcal{E}_{\text{pot,élec}}(M) = qv(M)$ .
- on nomme *tension ou différence de potentiel*, notée  $u_{AB}$  entre deux points  $A$  et  $B$  la différence  $u_{AB} = v(A) - v(B)$ .

**Mesure et ordres de grandeur**

**Exemple : Ordres de grandeur**

Domaine	Ordre de grandeur
plus petite tension mesurable	10 fV
influx nerveux humain	70 mV
pile AAA (chimique)	1,5 V
EDF domestique (~)	230 V
anguille	500 V
métro	750 V
étincelles (vêtements)	1 kV
défibrillateur / clôture bétail	5 kV
EDF centrale (induction~)	10 kV
train	50 kV
taser	50 kV
éclair	50 MV

**Réseau électrique****Définition : Constitution d'un réseau électrique**

Un *réseau* électrique est un ensemble de conducteurs reliés les uns aux autres. C'est un *circuit électrique* s'il comporte au moins une boucle fermée. Il est constitué de :

**fils** ce sont des conducteurs filiformes,

**dipôles** ce sont des composants reliés par deux fils au reste du réseau,

**tripôles** ce sont des composants reliés par trois fils au reste du réseau,

**quadripôle** ce sont des composants reliés par quatre fils au reste du réseau.

**Ordres de grandeur****Exemple : Ordres de grandeur**

Domaine	Ordre de grandeur
système nerveux	1 $\mu$ W
chargeur téléphone	8 W
ampoule basse conso	10 W
dynamo vélo	10 W
antenne relais	40 W
ampoule à incandescence	100 W
machine à laver	3 kW
train	10 MW
centrale nucléaire (production ~)	5 GW

**Générateur et récepteur****Définition : Conventions générateur et récepteur**

En *convention récepteur* les flèches orientant le courant  $i$  dans un dipôle et définissant la tension  $u$  à ses bornes sont en sens opposés, l'expression  $\mathcal{P} \equiv ui$  représente la puissance *reçue* des porteurs de charge par le dipôle.

En *convention générateur* les flèches orientant le courant  $i$  dans un dipôle et définissant la tension  $u$  à ses bornes sont dans le même sens, l'expression,  $\mathcal{P} \equiv ui$  représente la puissance *fournie* par le dipôle aux porteurs de charge.

**Comportements générateur et récepteur**

Un dipôle a un *comportement générateur* (resp. *récepteur*) à un instant donné s'il fournit (resp. reçoit) de l'énergie aux (resp. des) porteurs de charge.

**En convention générateur**  $ui > 0 \Leftrightarrow$  traduit

un *comportement* générateur,

**En convention récepteur**  $ui > 0 \Leftrightarrow$  traduit un

*comportement* récepteur.

## Caractéristique statique courant-tension

**Définition : Caractéristique statique**

Le *point de fonctionnement statique* d'un dipôle est le couple  $(U, I)$  de la tension à ses bornes et du courant le traversant en régime stationnaire.

La *caractéristique statique courant-tension* d'un dipôle  $X$  est la courbe représentant l'ensemble de ses points de fonctionnement en régime stationnaire.

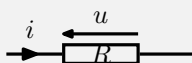
## Détermination du point de fonctionnement

**Détermination expérimentale**

Le point de fonctionnement statique du circuit réalisé en branchant un dipôle  $X$  sur un dipôle  $G$  (convention récepteur pour  $X$ , générateur pour  $G$ ) est l'intersection des caractéristiques statiques de  $X$  (en convention *récepteur*) et de  $G$  (en convention *générateur*).

## Modèle

**Modèle**

- L'équation caractéristique d'un conducteur ohmique est  $u = Ri$  en *convention récepteur*.
  - $R$  (resp.  $G = \frac{1}{R}$ ) est sa résistance (conductance) exprimée en Ohm  $\Omega$  (resp. Siemens S).
  - son schéma électrique est, en *convention récepteur* :
- 
- sa caractéristique statique est une droite de pente  $1/R$

## Considérations énergétiques

**Effet Joule**

Un résistor a toujours un comportement récepteur, il *reçoit* des porteurs de charge la puissance :

$$\mathcal{P}_r = RI^2 = \frac{U^2}{R} \geq 0.$$

## Ordres de grandeur

**Modèle du conducteur cylindrique**

Pour un conducteur cylindrique de longueur  $l$  et section  $s$ , on a  $R = \rho l/s = l/(\sigma s)$ , où  $\rho$  (resp.  $\sigma = \frac{1}{\rho}$ ) est la *résistivité électrique* (resp. *conductivité électrique*) du matériau.

	Ag	Cu	Au	Al	Hg	verre
$\sigma(1 \cdot 10^6 \text{ S/m})$	62,1	58,0	45,5	34,5	1	$1 \cdot 10^{-12}$

## Sources idéales

**Définition : Définition**

Une *source idéale* de tension (resp. de courant) délivre une tension  $e(t)$  (resp. un courant  $\eta(t)$ ) *indépendamment* du reste du circuit.

**source idéale de tension** caractéristique  $u = e \quad \forall i$

**source idéale de courant** caractéristique  $i = \eta \quad \forall u$

## Modélisation linéaire d'une source réelle

**Définition : Modèle linéaire d'une source réelle**

Une source *réelle linéaire* est caractérisée par

sa **tension à vide / force électromotrice**  $e$

sa **résistance interne**  $r$

Sa caractéristique est, en *convention générateur* :

$$u = e - ri$$

**Définition : Énergie électrostatique d'un condensateur**

Un condensateur reçoit la puissance :

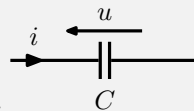
$$\mathcal{P}_r = \frac{dCu^2/2}{dt} = \frac{dq^2/(2C)}{dt}.$$

On peut donc définir l'*énergie électrostatique*  $\mathcal{E}_{\text{elec}}$  telle que :

$$\frac{d\mathcal{E}_{\text{elec}}}{dt} \equiv \mathcal{P}_r \quad \text{On choisit: } \mathcal{E}_{\text{elec}} = \frac{Cu^2}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

**Modèle linéaire du condensateur****Définition : Modèle linéaire du condensateur**

- un condensateur idéal est un dipôle d'équation caractéristique en convention récepteur :  $i = C \frac{du}{dt} = \frac{dq}{dt}$
- il est caractérisé par sa *capacité*  $C$ , exprimée en farads de symbole F. On définit sa *charge*  $q = Cu$



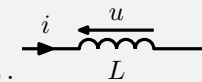
- son schéma électrique est, en *convention récepteur* :

**«Condensation» des charges/de l'énergie**

- L'énergie  $\mathcal{E}_{\text{elec}}$  est *emmagasinée* dans le condensateur. La continuité temporelle de cette énergie impose la *continuité* de la tension  $u$  à ses bornes et de la charge  $q$ .
- Le condensateur peut avoir un comportement générateur ou récepteur en régime variable mais n'échange pas d'énergie en régime stationnaire.

**Énergie électrostatique****Modèle linéaire de la bobine****Définition : Modèle linéaire de la bobine**

- une bobine idéale est un dipôle d'équation caractéristique en convention récepteur :  $u = L \frac{di}{dt}$ , caractérisée par son *auto-inductance*  $L$ , exprimée en henrys de symbole H.



- son schéma est, en *convention récepteur* :

**Énergie magnétique**

**Définition : Énergie magnétique d'une bobine**

Une bobine reçoit la puissance :

$$\mathcal{P}_r = \frac{dLi^2/2}{dt}.$$

On peut donc définir l'énergie magnétique  $\mathcal{E}_{\text{mag}}$  :

$$\frac{d\mathcal{E}_{\text{mag}}}{dt} \equiv \mathcal{P}_r. \quad \text{On choisit: } \mathcal{E}_{\text{mag}} = \frac{Li^2}{2}.$$

**Continuité de l'énergie magnétique**

- L'énergie  $\mathcal{E}_{\text{mag}}$  est emmagasinée dans la bobine. La continuité temporelle de cette énergie impose la continuité de l'intensité  $i$  traversant la bobine.
- La bobine peut avoir un comportement générateur ou récepteur en régime variable mais n'échange pas d'énergie en régime stationnaire.

**Description****Définition : Topologie d'un réseau électrique**

**nœud** l'*intersection* d'au moins trois conducteurs,

**branche** un tronçon de réseau ne contenant *aucun nœud*,

**maille** un ensemble de branches formant une *boucle fermée*, pouvant être parcourue en ne passant qu'*une seule fois* par chacun de ses nœuds. On peut l'orienter en choisissant arbitrairement un sens de parcours.

**Définition : Associations série et parallèle**

Deux dipôles sont branchés *en série* s'ils ont une borne commune et s'ils sont parcourus par le *même courant*.

Ils sont branchés *en parallèle*, *en dérivation* si leurs deux bornes sont communes. La *tension* à leurs bornes est alors la même.

**1<sup>re</sup> loi de Kirchhoff : des nœuds****Loi des nœuds**

La somme *algébrique* des intensités arrivant à un nœud est nulle. On peut écrire :

$$\sum_k \varepsilon_k I_k = 0,$$

avec, pour tout  $k$ ,  $\varepsilon_k = +1$  si la flèche du courant d'intensité  $I_k$  pointe vers le nœud et  $\varepsilon_k = -1$  sinon.

L'intensité est en particulier *uniforme* dans une *branche*.

**2<sup>e</sup> loi de Kirchhoff : des mailles****Loi des mailles**

La somme *algébrique* des tensions d'une maille orientée est nulle. On peut écrire :

$$\sum_k \varepsilon_k U_k = 0,$$

avec, pour tout  $k$ ,  $\varepsilon_k = +1$  si la flèche de la tension  $U_k$  est dans le sens positif d'orientation de la maille et  $\varepsilon_k = -1$  sinon.

**Énoncé**

**Approximation des régimes quasi stationnaires (ARQS)**

Un régime est *quasi-stationnaire/lentement variable* si la durée caractéristique  $\tau$  de ses variations est grande devant la durée de propagation  $\tau_{\text{propa}}$  des ondes électromagnétiques dans le réseau.

En notant  $l$  la taille caractéristique du réseau et  $c = 299\,792\,458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  la vitesse de la lumière, on a  $\tau_{\text{propa}} \propto \frac{l}{c}$  et le régime sera lentement variable si :

$$\tau \gg \frac{l}{c}.$$

Il est dans ce cas légitime d'effectuer *l'approximation des régimes quasi-stationnaires* dans laquelle le comportement des éléments d'un circuit est le même qu'en régime stationnaire :

- les effets des phénomènes de propagation d'ondes électromagnétiques sont négligeables,
- les lois de Kirchhoff sont vérifiées,
- les caractéristiques des dipôles fondamentaux sont valables.

**Théorème de superposition****Théorème : de superposition**

Dans un réseau linéaire alimenté par plusieurs sources *indépendantes*, le courant circulant dans une branche, ou la différence de potentiel entre deux points, est la *somme algébrique* des courants ou des différences de potentiel produits par chacune des sources *indépendantes* agissant seule, toutes les autres sources *indépendantes* étant éteintes.

**Série et parallèle****Résistances équivalentes**

L'association *série* de résistors de résistances  $R_k$  est un résistor de résistance  $R = \sum_k R_k$ .

L'association *parallèle* de résistors de conductances  $G_k$  est un résistor de conductance  $G = \sum_k G_k$ .

**Ponts diviseurs****Pont diviseur de tension**

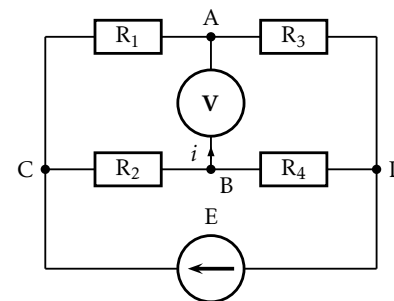
La tension aux bornes de l'un des résistors (résistance  $R_{k_0}$ ) d'une association série de résistors (résistances  $R_k$ ) soumise à la tension totale  $u_{\text{tot}}$  est :

$$u_{k_0} = u_{\text{tot}} \frac{R_{k_0}}{\sum_k R_k}.$$

**Pont diviseur de courant**

L'intensité du courant parcourant un résistor (conductance  $G_{k_0}$ ) d'une association parallèle de résistors (résistances  $R_k$ ) parcourue par un courant d'intensité totale  $i_{\text{tot}}$  est :

$$i_{k_0} = i_{\text{tot}} \frac{G_{k_0}}{\sum_k G_k}.$$

**Application : pont de Wheatstone**

## Modèles de Thévenin et Norton

## Modèles de Thévenin et Norton

Toute source *linéaire* peut être modélisée comme :

- l'association *série* d'un générateur idéal de tension de force électromotrice  $e$  et d'un résistor de résistance interne  $r$  : c'est le *modèle de Thévenin*,
- l'association *parallèle* d'un générateur idéal de courant de courant électromoteur  $\eta = e/r$  et du même résistor : c'est le *modèle de Norton*.

## Résistance de sortie

La *résistance de sortie*  $r_s$  d'un dipôle actif *linéaire* est la résistance du modèle linéaire équivalent.

Elle est :

- *nulle* pour une source de tension idéale,
- *infinie* pour une source de courant

## Associations de sources

## Associations de sources

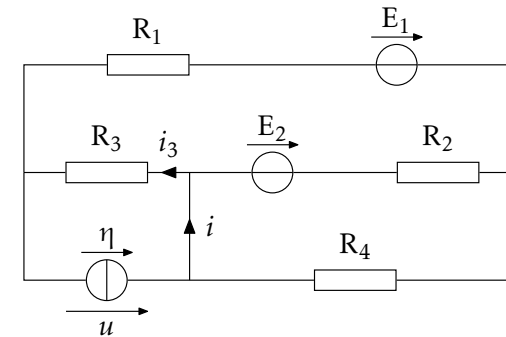
L'association *série* de sources *linéaires* de *forces électromotrices*  $e_k$  et de résistances internes  $r_k$  peut être modélisée comme une source de *Thévenin* :

$$e_{\text{série}} = \sum_k \varepsilon_k e_k \quad r_{\text{série}} = \sum_k r_k.$$

L'association *parallèle* de sources *linéaires de courant électromoteur*  $\eta_k$  et de résistances internes  $r_k$  peut être modélisée comme une source de *Norton* :

$$\eta_{\parallel} = \sum_k \varepsilon_k \eta_k \quad \frac{1}{r_{\parallel}} = \sum_k \frac{1}{r_k}.$$

## Exercice



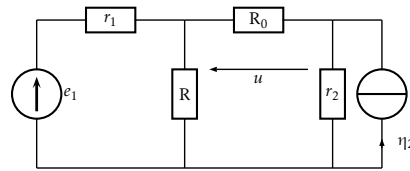
1. Repérer et dénombrer les nœuds, les branches et les mailles.
2. (a) Le conducteur ohmique de résistance  $R_3$  et la source idéale de courant sont-ils en dérivation ?  
(b) Les conducteurs ohmiques de résistance  $R_3$  et  $R_1$  sont-ils en série ?

## Exercice

1. Introduire, pour chaque dipôle, l'intensité du courant électrique et la tension à leurs bornes en respectant les consignes suivantes :
  - choix de la convention récepteur pour les conducteurs ohmiques et de la convention générateur pour les sources idéales ;
  - flèches tensions orientées dans le même sens que la force électromotrice pour les sources idéales de tension ;
  - intensité orientée dans le même sens que le courant électromoteur pour la source idéale de courant.
2. En utilisant la loi des nœuds, montrer qu'il suffit de déterminer les expressions de  $i$  et de  $i_3$  pour connaître l'intensité du courant dans toutes les branches.
3. En utilisant la loi des mailles et les caractéristiques des dipôles, établir un système de trois équations à trois inconnues  $u$ ,  $i$  et  $i_3$ .
4. Comment résoudrait-on ce système ?



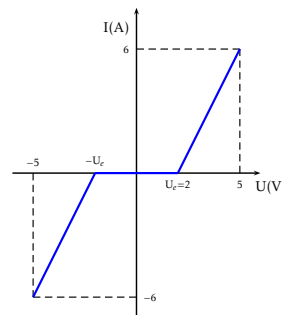
On cherche à déterminer la tension  $u$  aux bornes du résistor de résistance  $R_0$ .



1. Transformer le circuit en une seule maille en utilisant successivement plusieurs transformations Thévenin/Norton.
2. En déduire  $u$ , à l'aide d'un pont diviseur de tension.

### Énoncé

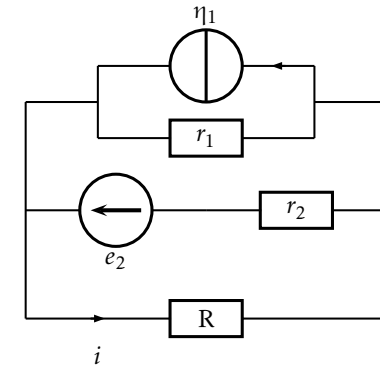
Un électrolyseur est un dipôle électrochimique dans lequel le passage d'un courant provoque une réaction chimique. On donne la caractéristique statique en convention récepteur d'un tel dipôle ci-contre.



1. S'agit-il d'un dipôle passif, actif ?
2. Déterminer le point de fonctionnement s'il est branché sur un résistor.
3. On le branche maintenant sur un générateur de force électromotrice  $E = 3,5 \text{ V}$  et de résistance interne  $r = 0,5 \Omega$ . Déterminer le point de fonctionnement.
4. Exprimer la puissance reçue par l'électrolyseur en fonction de  $U_e$  et  $I$  et  $r_d$ . En interpréter les différents termes.

### Exercice

Déterminer, par application du théorème de superposition des états l'intensité  $i$  du courant circulant dans le résistor de résistance  $R$ .



### Indispensable

#### Indispensable

- caractéristiques des dipôles
- conventions et comportements générateur et récepteur
- loi des mailles et nœuds
- ponts diviseurs
- transformations thévenin et Norton
- cadre d'application de l'ARQS
- penser à simplifier au maximum les circuits en y reconnaissant les ponts