Mouvement de particules chargées

Julien Cubizolles

Lycée Louis le Grand

Vendredi20 mars 2020

Mouvement de particules chargées

Julien Cubizolles

Lycée Louis le Grand

Vendredi20 mars 2020

- l'interaction entre particules chargées est une des interactions fondamentales

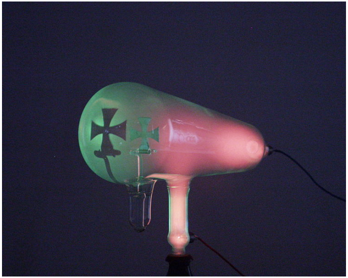
- l'interaction entre particules chargées est une des interactions fondamentales
- dissymétrie quand on étudie des charges dans le vide, en interaction avec d'autres charges (en plus grand nombre) dont le mouvement est imposé (statiques sur un conducteur, en mouvement dans une bobine)

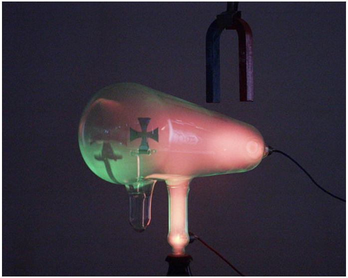
- l'interaction entre particules chargées est une des interactions fondamentales
- dissymétrie quand on étudie des charges dans le vide, en interaction avec d'autres charges (en plus grand nombre) dont le mouvement est imposé (statiques sur un conducteur, en mouvement dans une bobine)
- l'action de ces charges peut être modélisée avec un champ électromagnétique formé d'un champ $\overrightarrow{E}$ et d'un champ $\overrightarrow{B}$.

- l'interaction entre particules chargées est une des interactions fondamentales
- dissymétrie quand on étudie des charges dans le vide, en interaction avec d'autres charges (en plus grand nombre) dont le mouvement est imposé (statiques sur un conducteur, en mouvement dans une bobine)
- l'action de ces charges peut être modélisée avec un champ électromagnétique formé d'un champ $\overrightarrow{E}$ et d'un champ $\overrightarrow{B}$.
- on peut créer des structures de champ très différentes facilement

- ce champ est responsable de la cohésion des atomes, des interactions intermoléculaires

- premières observations de ces trajectoires dans des tubes de Crookes

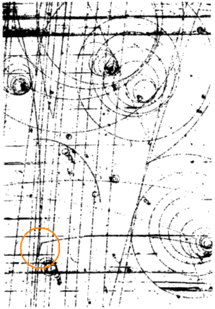


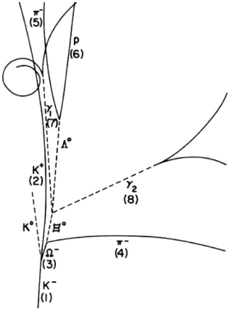


sans champ B

avec champ B

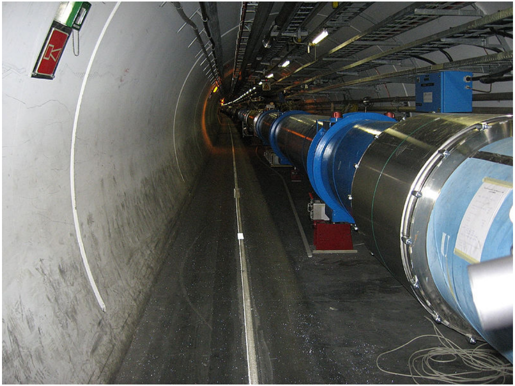
- les trajectoires sont caractéristiques des particules (détecteurs de type chambres à bulles en champ magnétiques)





- le champ magnétique terrestre est responsable des aurores polaires en concentrant les trajectoires des particules du vent solaire vers les pôles

- à l'œuvre dans les accélérateurs de particules (le LHC ici)

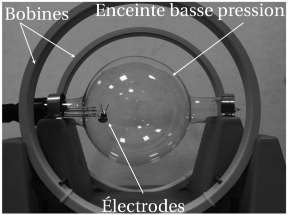


on devra faire attention : on arrive vite à des vitesses relativistes pour les particules légères

Principe

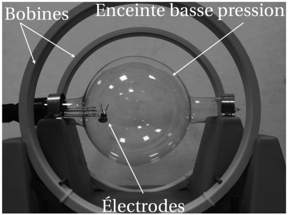
l'observation des trajectoires d'une particule chargée renseigne sur la force qu'elles subissent

Dispositif



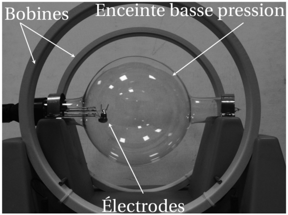
- enceinte basse pression

Dispositif



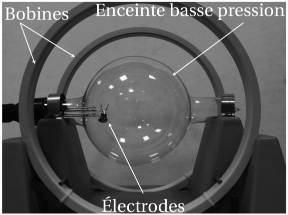
- enceinte basse pression
- électrode chauffée (thermocathode à 1000 °C) émet des électrons

Dispositif



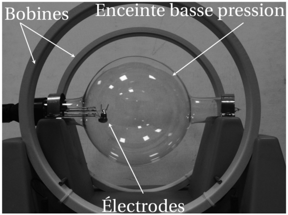
- enceinte basse pression
- électrode chauffée (thermocathode à 1000 °C) émet des électrons
- leur mouvement produit une trace bleutée (collisions avec le gaz résiduel)

Dispositif



- enceinte basse pression
- électrode chauffée (thermocathode à 1000 °C) émet des électrons
- leur mouvement produit une trace bleutée (collisions avec le gaz résiduel)

Dispositif

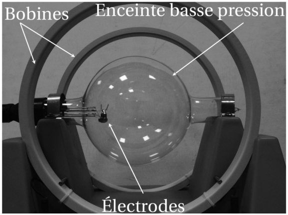


- enceinte basse pression
- électrode chauffée (thermocathode à 1000 °C) émet des électrons
- leur mouvement produit une trace bleutée (collisions avec le gaz résiduel)

on peut agir sur le mouvement des électrons :

- en mettant $U \simeq 1\,\mathrm{kV}$ sur des électrodes

Dispositif



- enceinte basse pression
- électrode chauffée (thermocathode à 1000 °C) émet des électrons
- leur mouvement produit une trace bleutée (collisions avec le gaz résiduel)

on peut agir sur le mouvement des électrons :

- en mettant $U \simeq 1\,\mathrm{kV}$ sur des électrodes
- en envoyant $I \simeq 1\,\mathrm{A}$ dans des paires de bobines

Observations

- pas de mouvement pour $U = 0$

Observations

- pas de mouvement pour $U = 0$
- hors des électrodes : trajectoire rectiligne pour $I = 0$ (mouvement rectiligne uniforme car on est assez loin des électrodes)

Observations

- pas de mouvement pour $U = 0$
- hors des électrodes : trajectoire rectiligne pour $I = 0$ (mouvement rectiligne uniforme car on est assez loin des électrodes)
- pour $I \neq 0$: trajectoire circulaire (mouvement circulaire uniforme en négligeant les frottements avec l'air)

Définition

Définition

- la force due à U, dite électrique, peut augmenter v, comme le poids

Définition

- la force due à U, dite électrique, peut augmenter v, comme le poids
- la force due à I, dite magnétique, doit être radiale (cinématique du mouvement circulaire uniforme) donc orthogonale à $\overrightarrow{v}$

Définition

Définition (Force de Lorentz et champ électromagnétique)

Soit une particule ponctuelle de charge q et de masse m, située en M et animée d'une vitesse $\overrightarrow{v_{\mathcal{R}}}(M)$ à l'instant t dans un référentiel $\mathcal{R}$. On nomme force de Lorentz[a], notée $\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}}$ la résultante des forces auxquelles elle est soumise du fait de sa charge.

- La composante de $\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}}$ indépendante de la vitesse est la force électrique, notée $\overrightarrow{F_{E,\mathcal{R}}}$. Elle définit le champ électrique dans $\mathcal{R}$, noté $\overrightarrow{E}_{\mathcal{R}}(M,t) = \frac{\overrightarrow{F_{E,\mathcal{R}}}}{q}$.
- La composante de $\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}}$, dépendante de la vitesse est la force magnétique, notée $\overrightarrow{F_{B,\mathcal{R}}}$. Elle définit le champ magnétique dans $\mathcal{R}$, noté $\overrightarrow{B}_{\mathcal{R}}(M,t)$ tel que, pour toute vitesse $\overrightarrow{v_{\mathcal{R}}}(M)$,
  $\overrightarrow{v_{\mathcal{R}}}(M) \wedge \overrightarrow{B}_{\mathcal{R}} = \frac{\overrightarrow{F_{B,\mathcal{R}}}}{q}$.

L'ensemble des champs $\overrightarrow{E}(M,t)$ et $\overrightarrow{B}(M,t)$ constitue le champ électromagnétique dans $\mathcal{R}$.

[a] H. Lorentz, physicien néerlandais (1853-1928) Nobel en 1902 avec P. Zeeman

Expression

La force de Lorentz a donc pour expression :

Force de Lorentz

$$\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}} = q\left(\vec{E}_{\mathcal{R}}(M,t) + \overrightarrow{v_{\mathcal{R}}}(M) \wedge \vec{B}_{\mathcal{R}}(M,t)\right).$$

Expression

La force de Lorentz a donc pour expression :

Force de Lorentz

$$\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}} = q\left(\overrightarrow{E}_{\mathcal{R}}(M,t) + \overrightarrow{v_{\mathcal{R}}}(M) \wedge \overrightarrow{B}_{\mathcal{R}}(M,t)\right).$$

- on a des définitions expérimentales des forces

Expression

La force de Lorentz a donc pour expression :

Force de Lorentz

$$\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}} = q\left(\vec{E}_{\mathcal{R}}(M,t) + \overrightarrow{v_{\mathcal{R}}}(M) \wedge \vec{B}_{\mathcal{R}}(M,t)\right).$$

- on a des définitions expérimentales des forces
- la définition des champs $\vec{E} = \overrightarrow{F_E/q}$ et $\vec{v} \wedge \vec{B} = \overrightarrow{F_B/q}$ repose sur le fait que les forces sont proportionnelles à la charge (on peut le vérifier)

Expression

La force de Lorentz a donc pour expression :

Force de Lorentz

$$\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}} = q\left(\vec{E}_{\mathcal{R}}(M,t) + \overrightarrow{v_{\mathcal{R}}}(M) \wedge \vec{B}_{\mathcal{R}}(M,t)\right).$$

- on a des définitions expérimentales des forces
- la définition des champs $\vec{E} = \overrightarrow{F_E/q}$ et $\vec{v} \wedge \vec{B} = \overrightarrow{F_B/q}$ repose sur le fait que les forces sont proportionnelles à la charge (on peut le vérifier)
- on parle de champs électrostatique et magnétostatique s'ils sont indépendants du temps

Expression

La force de Lorentz a donc pour expression :

Force de Lorentz

$$\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}} = q\left(\overrightarrow{E}_{\mathcal{R}}(M,t) + \overrightarrow{v_{\mathcal{R}}}(M) \wedge \overrightarrow{B}_{\mathcal{R}}(M,t)\right).$$

- on a des définitions expérimentales des forces
- la définition des champs $\overrightarrow{E} = \overrightarrow{F_E/q}$ et $\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B} = \overrightarrow{F_B/q}$ repose sur le fait que les forces sont proportionnelles à la charge (on peut le vérifier)
- on parle de champs électrostatique et magnétostatique s'ils sont indépendants du temps
- ils sont dits uniformes si le vecteur $\overrightarrow{E}$ ou $\overrightarrow{B}$ est le même en tout point

Les champs dépendent du référentiel

la force magnétique dépend du référentiel puisqu'elle fait intervenir $\vec{v}$, or l'accélération (et donc la force) doit être la même dans deux référentiels galiléens (en translation rectiligne uniforme l'un par rapport à l'autre) :

Les champs dépendent du réferentiel

La force de Lorentz est indépendante du référentiel galiléen dans lequel on la mesure mais sa décomposition en forces électrique et magnétique dépend du référentiel galiléen d'étude.

Caractéristiques

- $\overrightarrow{E}$ est produit par la tension U sur les plaques

Caractéristiques

- $\overrightarrow{E}$ est produit par la tension U sur les plaques
- comme pour le condensateur : U correspond à une séparation de charges

Caractéristiques

- $\vec{E}$ est produit par la tension U sur les plaques
- comme pour le condensateur : U correspond à une séparation de charges
- la structure du champ électrique dépend donc la répartition des charges

Caractéristiques

- $\vec{E}$ est produit par la tension U sur les plaques
- comme pour le condensateur : U correspond à une séparation de charges
- la structure du champ électrique dépend donc la répartition des charges

Caractéristiques

- $\vec{E}$ est produit par la tension U sur les plaques
- comme pour le condensateur : U correspond à une séparation de charges
- la structure du champ électrique dépend donc la répartition des charges

Définition (Champ électrique)

Le champ électrique est produit par les charges et sa structure dépend de leur répartition spatiale. Il s'exprime en volt par mètre $\mathrm{V \cdot m^{-1}}$.

Production

- on peut produire $\vec{E}$ par frottement (structure complexe du champ)

Champ électrostatique du condensateur plan

Le champ électrique produit par un condensateur plan entre ses armatures est uniforme si celles-ci sont suffisamment grandes, proches l'une de l'autre, et si l'on observe le champ loin de leurs bords. Dans ces mêmes conditions, le champ est uniformément nul à l'extérieur du condensateur. En notant $U_{AB} = V_A - V_B$ la différence de potentiel entre les armatures A et B, d la distance qui les sépare et $\overrightarrow{e_{AB}}$ le vecteur unitaire orthogonal aux armatures et dirigé de A vers B, on a :

$$\vec{E} = \frac{U_{AB}}{d_{AB}}\overrightarrow{e_{AB}}.$$

Production

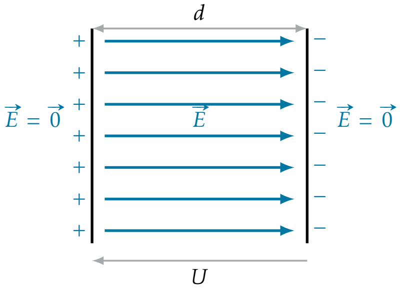
- on peut produire $\overrightarrow{E}$ par frottement (structure complexe du champ)
- dans un condensateur plan, $\overrightarrow{E}$ uniforme si les plaques sont grandes et rapprochées

Champ électrostatique du condensateur plan

Le champ électrique produit par un condensateur plan entre ses armatures est uniforme si celles-ci sont suffisamment grandes, proches l'une de l'autre, et si l'on observe le champ loin de leurs bords. Dans ces mêmes conditions, le champ est uniformément nul à l'extérieur du condensateur. En notant $U_{AB} = V_A - V_B$ la différence de potentiel entre les armatures A et B, d la distance qui les sépare et $\overrightarrow{e_{AB}}$ le vecteur unitaire orthogonal aux armatures et dirigé de A vers B, on a :

$$\overrightarrow{E} = \frac{U_{AB}}{d_{AB}}\overrightarrow{e_{AB}}.$$

Champ du condensateur plan



- $\vec{E}$ est dans le sens des potentiels décroissants
- $E = 100\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}$ pour $U = 1\,\mathrm{V}$ et $d = 1\,\mathrm{cm}$
- claquage de l'air sec pour $1 \cdot 10^6\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}$
- $E \simeq 1 \cdot 10^{11}\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}$ sur l'orbite de l'état fondamental de H
- on retrouve le dipôle d'électrocinétique ($i = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$)

expérimentalement :

- on n'a pas un condensateur plan mais $E \simeq \frac{U}{d}$ et $E \simeq 0$ à l'extérieur
- dans les manips d'accélération, on utilisera plutôt des grilles pour laisser passer les particules

Caractéristiques

- il est produit par les charges en mouvement (courant)

Caractéristiques

- il est produit par les charges en mouvement (courant)
- les bobines ne produisent pas de champ $\vec{E}$ car elles sont neutres

Caractéristiques

- il est produit par les charges en mouvement (courant)
- les bobines ne produisent pas de champ $\overrightarrow{E}$ car elles sont neutres
- on l'étudiera plus en détail plus tard

Caractéristiques

- il est produit par les charges en mouvement (courant)
- les bobines ne produisent pas de champ $\vec{E}$ car elles sont neutres
- on l'étudiera plus en détail plus tard

Définition (Champ magnétique)

Le champ magnétique est produit par le mouvement des charges et sa structure dépend de celle du courant électrique.
Il s'exprime en tesla, de symbole T.

Caractéristiques

- il est produit par les charges en mouvement (courant)
- les bobines ne produisent pas de champ $\vec{E}$ car elles sont neutres
- on l'étudiera plus en détail plus tard

Définition (Champ magnétique)

Le champ magnétique est produit par le mouvement des charges et sa structure dépend de celle du courant électrique.
Il s'exprime en tesla, de symbole T.

on a :

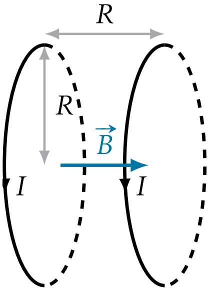
$$[B] = \left[\frac{E}{v}\right] \text{soit : } 1\,\mathrm{T} = 1\,\mathrm{V}\cdot\mathrm{s}\cdot\mathrm{m}^{-2}$$

Production

production de champs $\vec{B}$ quasi-uniformes avec des bobines de Helmholtz

Champ des bobines de Helmholtz

Une paire de bobines parallèles de même rayon R, parcourues dans le même sens par le même courant I, et séparées d'une distance égale à leur rayon, crée au voisinage du centre du dispositif un champ magnétique quasi uniforme, dirigé selon l'axe de symétrie de révolution des bobines.



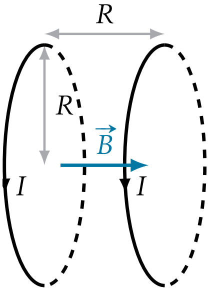
- la direction est donnée par la règle de la main droite
- 100 tours, $R = 10\,\text{cm}$, $I = 1\,\text{A}$ donne $B \simeq \text{mT}$
- composante horizontale du champ terrestre $\simeq 20\,\mu\text{T}$

Production

production de champs $\vec{B}$ quasi-uniformes avec des bobines de Helmholtz

Champ des bobines de Helmholtz

Une paire de bobines parallèles de même rayon R, parcourues dans le même sens par le même courant I, et séparées d'une distance égale à leur rayon, crée au voisinage du centre du dispositif un champ magnétique quasi uniforme, dirigé selon l'axe de symétrie de révolution des bobines.



- la direction est donnée par la règle de la main droite
- 100 tours, $R = 10\,\mathrm{cm}$, $I = 1\,\mathrm{A}$ donne $B \simeq$ mT
- composante horizontale du champ terrestre $\simeq 20\,\mu\mathrm{T}$

Poids négligeable

pour une particule α : $m = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ kg et $q = 2e = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ C, on compare le poids aux forces $q\overrightarrow{E}$ et $qv\overrightarrow{B}$:

$$\frac{P}{F_E} = \frac{m_\alpha g}{2eE} \quad \frac{P}{F_B} = \frac{m_\alpha g}{2evB}.$$

Poids négligeable

pour une particule α : $m = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ kg et $q = 2e = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ C, on compare le poids aux forces $q\overrightarrow{E}$ et $qv\overrightarrow{B}$:

$$\frac{P}{F_E} = \frac{m_\alpha g}{2eE} \quad \frac{P}{F_B} = \frac{m_\alpha g}{2evB}.$$

pour $E = 1\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}$, $B = 1 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{T}$ et $v = 1 \cdot 10^{4}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$

$$\frac{P}{F_E} = 2 \cdot 10^{-7} \quad \frac{P}{F_B} = 2 \cdot 10^{-7}.$$

Poids négligeable

pour une particule α : $m = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ kg et $q = 2e = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ C, on compare le poids aux forces $q\vec{E}$ et $qv\vec{B}$:

$$\frac{P}{F_E} = \frac{m_\alpha g}{2eE} \qquad \frac{P}{F_B} = \frac{m_\alpha g}{2evB}.$$

pour $E = 1\,\mathrm{V \cdot m^{-1}}$, $B = 1 \cdot 10^{-4}$ T et $v = 1 \cdot 10^{4}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$

$$\frac{P}{F_E} = 2 \cdot 10^{-7} \qquad \frac{P}{F_B} = 2 \cdot 10^{-7}.$$

il faut également être sous faible pression pour que les collisions avec le gaz soient rares

Poids négligeable

Dans le vide ou un gaz sous faible pression, le mouvement d'une particule chargée dans des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ d'intensité raisonnables est régi uniquement par la force de Lorentz, leur poids étant négligeable.

Puissance nulle de la force magnétique

on a observé que $\overrightarrow{B}$ seul est incapable de mettre les électrons en mouvement

Puissance de la force de Lorentz

La puissance $\mathcal{P}_{\mathcal{R}}\left(\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}}\right)$ de la force de Lorentz exercée sur une particule ponctuelle de charge q et de masse m située en M et animée de $\overrightarrow{v_{\mathcal{R}}}(M)$ dans un référentiel $\mathcal{R}$ est :

$$\mathcal{P}_{\mathcal{R}}\left(\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}}\right) = q\overrightarrow{E_{\mathcal{R}}}(M,t) \cdot \overrightarrow{v_{\mathcal{R}}}(M).$$

En particulier, la puissance de la force magnétique est toujours nulle.

Puissance nulle de la force magnétique

on a observé que $\overrightarrow{B}$ seul est incapable de mettre les électrons en mouvement

Puissance de la force de Lorentz

La puissance $\mathcal{P}_{\mathcal{R}}\left(\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}}\right)$ de la force de Lorentz exercée sur une particule ponctuelle de charge q et de masse m située en M et animée de $\overrightarrow{v_{\mathcal{R}}}(M)$ dans un référentiel $\mathcal{R}$ est :

$$\mathcal{P}_{\mathcal{R}}\left(\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}}\right) = q\overrightarrow{E_{\mathcal{R}}}(M,t) \cdot \overrightarrow{v_{\mathcal{R}}}(M).$$

En particulier, la puissance de la force magnétique est toujours nulle.

$\overrightarrow{B}$ ne change pas l'énergie cinétique mais il peut courber les trajectoires en changeant la direction de $\overrightarrow{v}$

Cadre du programme

au programme :

- champ $\overrightarrow{E}$ uniforme et stationnaire seul

Cadre du programme

au programme :

- champ $\overrightarrow{E}$ uniforme et stationnaire seul
- champ $\overrightarrow{B}$ uniforme et stationnaire seul

Analogie avec la chute libre

- champ $\overrightarrow{E} = E_0\overrightarrow{e_x}$ (entre deux grilles planes par exemple)

Analogie avec la chute libre

- champ $\vec{E} = E_0 \vec{e_x}$ (entre deux grilles planes par exemple)
- la loi de la qdm s'écrit :

$$m \frac{\mathrm{d}\,\vec{v}(M)}{\mathrm{d}t} = q\vec{E} = qE_0 \vec{e_x} \quad \text{soit :} \ \frac{\mathrm{d}\,\vec{v}(M)}{\mathrm{d}t} = \frac{qE_0}{m} \vec{e_x}.$$

Analogie avec la chute libre

- champ $\vec{E} = E_0\vec{e_x}$ (entre deux grilles planes par exemple)
- la loi de la qdm s'écrit :

$$m\frac{\mathrm{d}\vec{v}(M)}{\mathrm{d}t} = q\vec{E} = qE_0\vec{e_x} \quad \text{soit :} \; \frac{\mathrm{d}\vec{v}(M)}{\mathrm{d}t} = \frac{qE_0}{m}\vec{e_x}.$$

- mouvement uniformément accéléré d'accélération $(qE_0/m)\vec{e_x}$, analogue à celui d'une particule massive d'accélération $\vec{g}$

Analogie avec la chute libre

- champ $\overrightarrow{E} = E_0\overrightarrow{e_x}$ (entre deux grilles planes par exemple)
- la loi de la qdm s'écrit :

$$m\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{v}(M)}{\mathrm{d}t} = q\overrightarrow{E} = qE_0\overrightarrow{e_x} \quad \text{soit : } \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{v}(M)}{\mathrm{d}t} = \frac{qE_0}{m}\overrightarrow{e_x}.$$

- mouvement uniformément accéléré d'accélération $(qE_0/m)\overrightarrow{e_x}$, analogue à celui d'une particule massive d'accélération $\overrightarrow{g}$
- ☠ différences avec la chute libre :

Analogie avec la chute libre

- champ $\vec{E} = E_0\vec{e_x}$ (entre deux grilles planes par exemple)
- la loi de la qdm s'écrit :

$$m\frac{\mathrm{d}\vec{v}(M)}{\mathrm{d}t} = q\vec{E} = qE_0\vec{e_x} \quad \text{soit :} \; \frac{\mathrm{d}\vec{v}(M)}{\mathrm{d}t} = \frac{qE_0}{m}\vec{e_x}.$$

- mouvement uniformément accéléré d'accélération $(qE_0/m)\vec{e_x}$, analogue à celui d'une particule massive d'accélération $\vec{g}$
- ☠ différences avec la chute libre :
  - des particules de rapport q/m différents auront des mouvements différents

Analogie avec la chute libre

- champ $\vec{E} = E_0\vec{e_x}$ (entre deux grilles planes par exemple)
- la loi de la qdm s'écrit :

$$m\frac{\mathrm{d}\vec{v}(M)}{\mathrm{d}t} = q\vec{E} = qE_0\vec{e_x} \quad \text{soit :} \ \frac{\mathrm{d}\vec{v}(M)}{\mathrm{d}t} = \frac{qE_0}{m}\vec{e_x}.$$

- mouvement uniformément accéléré d'accélération $(qE_0/m)\vec{e_x}$, analogue à celui d'une particule massive d'accélération $\vec{g}$
- ☠ différences avec la chute libre :
  - des particules de rapport q/m différents auront des mouvements différents
  - on peut régler la direction et la norme de l'accélération expérimentalement

Énergie potentielle

comme la chute libre, le mouvement est conservatif :

Énergie potentielle électrostatique d'un champ uniforme

La force électrique associée à un champ $\overrightarrow{E}$ uniforme, de la forme $\overrightarrow{E} = E_0\overrightarrow{e_x}$, est conservative. L'énergie potentielle électrostatique d'une particule de charge q est :

$$\mathcal{E}_{\text{pot}} = -q(x - x_0)E_0 + \mathcal{E}_{\text{pot}_0},$$

avec x_0 l'abscisse où le potentiel vaut $\mathcal{E}_{\text{pot}_0}$.

Énergie potentielle

comme la chute libre, le mouvement est conservatif :

Énergie potentielle électrostatique d'un champ uniforme

La force électrique associée à un champ $\overrightarrow{E}$ uniforme, de la forme $\overrightarrow{E} = E_0\overrightarrow{e_x}$, est conservative. L'énergie potentielle électrostatique d'une particule de charge q est :

$$\mathcal{E}_{\text{pot}} = -q(x - x_0)E_0 + \mathcal{E}_{\text{pot}_0},$$

avec x_0 l'abscisse où le potentiel vaut $\mathcal{E}_{\text{pot}_0}$.

on montrera (2$^{\text{e}}$année) que la force est conservative même si le champ n'est pas uniforme

Potentiel électrostatique

$\mathcal{E}_{\text{pot}}$ varie linéairement avec q : on définit une grandeur indépendante de q, la même pour toutes les particules

Potentiel électrostatique

$\mathcal{E}_{\text{pot}}$ varie linéairement avec q : on définit une grandeur indépendante de q, la même pour toutes les particules

Définition (Potentiel électrostatique)

On définit le potentiel électrostatique V tel que :

$$\mathcal{E}_{\text{pot}} = qV + cste$$

On a donc, pour un champ $\vec{E}$ uniforme :

$$V = V_0 - (x - x_0)E_0,$$

avec x_0 l'abscisse où le potentiel vaut V_0.

Potentiel électrostatique

Définition (Potentiel électrostatique)

On définit le potentiel électrostatique V tel que :

$$\mathcal{E}_{\text{pot}} = qV + cste$$

On a donc, pour un champ $\vec{E}$ uniforme :

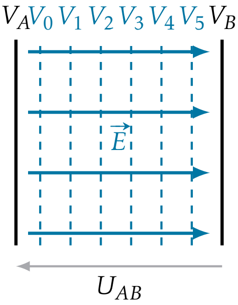
$$V = V_0 - (x - x_0)E_0,$$

avec x_0 l'abscisse où le potentiel vaut V_0.

Lien avec l'électrocinétique

Le potentiel électrostatique défini au moyen de la force électrostatique coïncide avec le potentiel électrique étudié en électrocinétique dans le régime stationnaire, c'est-à-dire en particulier en l'absence de courant.

Structure



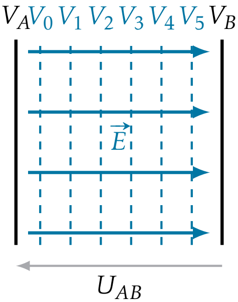
$$[\mathcal{E}_{\text{pot},E}] = [qV] = \mathsf{L}[F_E] = \mathsf{L}[qE]$$

$$\text{soit : } [E] = \frac{[V]}{\mathsf{L}}.$$

on retrouve bien que E s'exprime en $\mathrm{V \cdot m^{-1}}$

- $\vec{E}$ est dans le sens des potentiels V décroissants $V_A > V_0 > \ldots > V_5 > V_B$

Structure



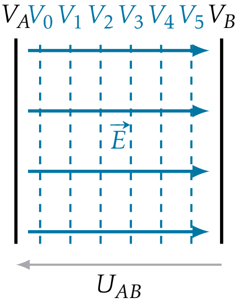
$$[\mathcal{E}_{\text{pot},E}] = [qV] = \mathsf{L}[F_E] = \mathsf{L}[qE]$$

$$\text{soit : } [E] = \frac{[V]}{\mathsf{L}}.$$

on retrouve bien que E s'exprime en $\mathrm{V} \cdot \mathrm{m}^{-1}$

- $\overrightarrow{E}$ est dans le sens des potentiels V décroissants $V_A > V_0 > \ldots > V_5 > V_B$
- V uniforme dans les plans orthogonaux à $\overrightarrow{E}$

Structure



$$[\mathcal{E}_{\mathrm{pot},E}] = [qV] = \mathsf{L}[F_E] = \mathsf{L}[qE]$$

$$\text{soit : } [E] = \frac{[V]}{\mathsf{L}}.$$

on retrouve bien que E s'exprime en $\mathrm{V} \cdot \mathrm{m}^{-1}$

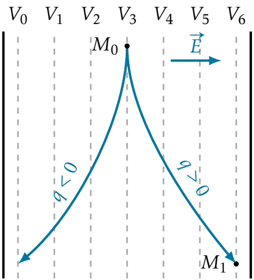
- $\vec{E}$ est dans le sens des potentiels V décroissants $V_A > V_0 > \ldots > V_5 > V_B$
- V uniforme dans les plans orthogonaux à $\vec{E}$

Synthèse

paramètre	champ	force	accélération	énergie potentielle
charge q	$\vec{E} = E_0 \vec{e}_x$	$\vec{F}_E = q\vec{E}$	$q\vec{E}/m$	$\mathcal{E}_{\mathrm{pot}\,E} = -qE_0 x + \text{cste}$
masse m	$\vec{g} = -g\vec{e}_z$	$\vec{P} = m\vec{g}$	$\vec{g}$	$\mathcal{E}_{\mathrm{pot}\,P} = mgz + \text{cste}$

Caractéristiques de la trajectoire

comme pour la chute libre



$$\mathcal{E}_c(M_1)-\mathcal{E}_c(M_0) = q(V_3-V_6)$$

Mouvement dans $\vec{E}$ uniforme et stationnaire

Le mouvement d'une particule ponctuelle de charge q et de masse m dans un champ purement électrique uniforme $\vec{E}$ est uniformément accéléré d'accélération : $\frac{q}{m}\vec{E}$.

- La trajectoire est parabolique, d'axe colinéaire à $\vec{E}$.
- La variation d'énergie cinétique entre M_1 où

\$V=V₁ \$ et M_2 où $V = V_2$ est :

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_c(M_2) - \mathcal{E}_c(M_1) &= \frac{1}{2}m\left(v_2^2 - v_1^2\right)\\ &= q\left(V_1 - V_2\right).\end{aligned}$$

Électron-volt

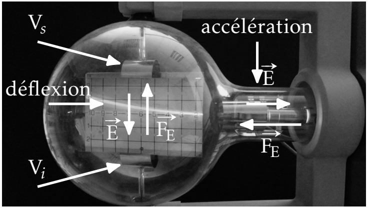
l'énergie cinétique s'exprime naturellement en fonction de eV ; nouvelle unité d'énergie adaptée aux particules atomiques (q de l'ordre de e)

Définition (Électron-volt)

L'électron-volt, de symbole eV, est une unité d'énergie définie comme l'énergie cinétique acquise par une particule de charge élémentaire $e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C lors d'un déplacement au cours duquel le potentiel du point où elle se trouve diminue de 1 V. On a donc environ :

$$1\,\text{eV} = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\,\text{J}.$$

Utilisation de $\vec{E}$



Modèle d'oscilloscope cathodique

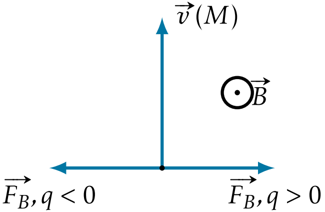
- $\vec{E}$ à peu près uniforme dans chacune des deux zones
- augmentation de $\|v\|$ quand $\vec{E}$ colinéaire à la vitesse $\vec{v}$
- déflexion sinon
- l'accélération sur de petites distances demande E élevé, limité par le claquage de l'air : les accélérateurs de particules utilisent plutôt des ondes radiofréquence

Exercice

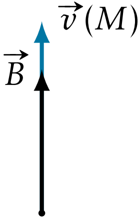
Le dispositif responsable de l'accélération dans un oscilloscope cathodique est alimenté sous une tension de $U = 4\,\text{kV}$.
Déterminer l'énergie cinétique des électrons produits. Sont-ils relativistes ?

Force magnétique

- champ $\overrightarrow{B} = B_0 \overrightarrow{e_z}$ uniforme et stationnaire ($B_0 > 0$), valable au voisinage du centre de bobines de Helmholtz
- $\overrightarrow{F_B} = q\,\overrightarrow{v}(M) \wedge \overrightarrow{B}$
- $\overrightarrow{F_B}$ orthogonale à $\overrightarrow{v}(M)$ et à $\overrightarrow{B}$, de sens donné par les règles de la main droite/tournevis



Cas $\overrightarrow{v}(M) \perp \overrightarrow{B}$



Cas $\overrightarrow{v}(M)$ colinéaire à $\overrightarrow{B}$: $\overrightarrow{F_B} = \overrightarrow{0}$

Pulsation cyclotron

sans résoudre les équations, on peut identifier une grandeur caractéristique

Pulsation cyclotron

Les mouvements d'une particule de charge q et de masse m régis par la force magnétique d'un champ $\overrightarrow{B}$ sont caractérisés par une pulsation dite cyclotron, notée ω_c, définie par :

$$\omega_c = \frac{|q|\,B}{m}.$$

Pulsation cyclotron

sans résoudre les équations, on peut identifier une grandeur caractéristique

Pulsation cyclotron

Les mouvements d'une particule de charge q et de masse m régis par la force magnétique d'un champ $\overrightarrow{B}$ sont caractérisés par une pulsation dite cyclotron, notée ω_c, définie par :

$$\omega_c = \frac{|q|\,B}{m}.$$

on retrouve le coefficient q/m déjà rencontré avec $\overrightarrow{E}$

Détermination du rayon

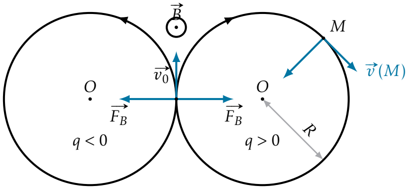
conformément au programme, on se limite au cas où $\overrightarrow{v_0} \perp B_0\overrightarrow{e_z}$

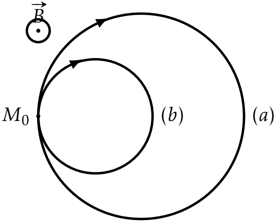
Mouvement dans $\overrightarrow{B}$ uniforme et stationnaire

Le mouvement d'une particule ponctuelle de charge q et de masse m dans un champ purement magnétique uniforme et stationnaire $\overrightarrow{B} = B_0\overrightarrow{e}_z$ est, si son vecteur vitesse initial $\overrightarrow{v}_0$ est orthogonal à $\overrightarrow{B}$, circulaire uniforme. Le cercle est :

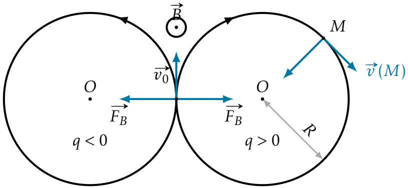
- inscrit dans le plan orthogonal à $\overrightarrow{B}$;
- parcouru dans le sens positif (resp. négatif) défini par le vecteur $\overrightarrow{B}$ pour une charge négative (resp. positive);
- parcouru à la vitesse angulaire $\omega = -qB_0/m$, de valeur absolue égale à la pulsation cyclotron, indépendante du vecteur vitesse initial;
- de rayon $R = \frac{v_0}{\omega_c}$ croissant avec le module de la vitesse initiale.
- de manière équivalente, on a $p = |q|B_0R$

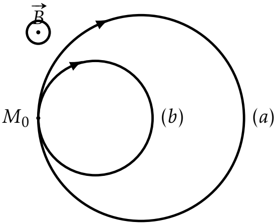
Trajectoires





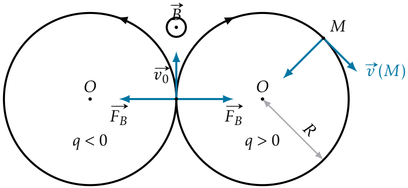
Trajectoires

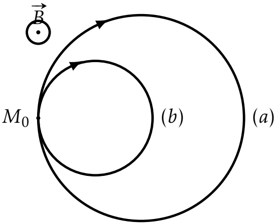




- pour $B \simeq$ mT ; $\omega_c = 1{,}8 \cdot 10^8\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$ pour un électron, $9{,}6 \cdot 10^4\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$ pour un proton

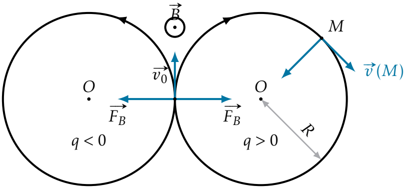
Trajectoires

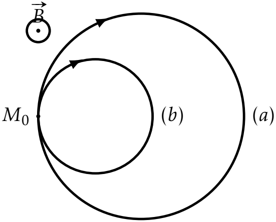




- pour $B \simeq$ mT ; $\omega_c = 1{,}8 \cdot 10^8$ rad $\cdot$ s^{-1} pour un électron, $9{,}6 \cdot 10^4$ rad $\cdot$ s^{-1} pour un proton
- l'enroulement est donné par la règle de la main droite pour $q < 0$

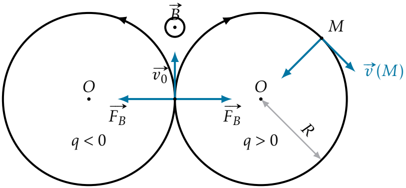
Trajectoires

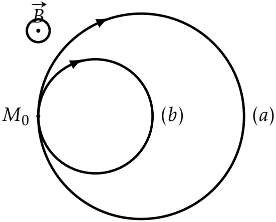




- pour $B \simeq$ mT ; $\omega_c = 1{,}8 \cdot 10^8$ rad $\cdot$ s^{-1} pour un électron, $9{,}6 \cdot 10^4$ rad $\cdot$ s^{-1} pour un proton
- l'enroulement est donné par la règle de la main droite pour $q < 0$
- ω_c est indépendant des conditions initiales

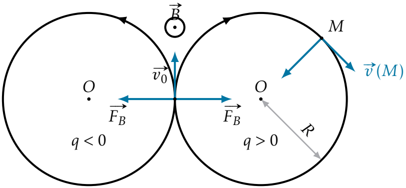
Trajectoires

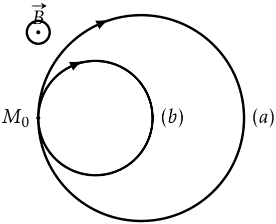




- pour $B \simeq$ mT ; $\omega_c = 1{,}8 \cdot 10^8$ rad $\cdot$ s^{-1} pour un électron, $9{,}6 \cdot 10^4$ rad $\cdot$ s^{-1} pour un proton
- l'enroulement est donné par la règle de la main droite pour $q < 0$
- ω_c est indépendant des conditions initiales
- le rayon, et la position de l'axe de révolution dépendent des conditions initiales : le cercle a correspond à v_0/B supérieur au cas b

Trajectoires



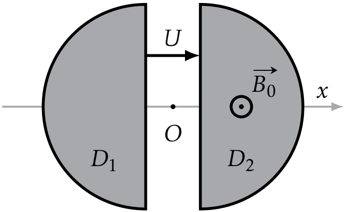


- pour $B \simeq$ mT ; $\omega_c = 1{,}8 \cdot 10^8$ rad $\cdot$ s^{-1} pour un électron, $9{,}6 \cdot 10^4$ rad $\cdot$ s^{-1} pour un proton
- l'enroulement est donné par la règle de la main droite pour $q < 0$
- ω_c est indépendant des conditions initiales
- le rayon, et la position de l'axe de révolution dépendent des conditions initiales : le cercle a correspond à v_0/B supérieur au cas b
- rédaction : on admet le MCU, on détermine le rayon avec $\vec{F} = m\vec{a}$

Accélération (augmentation de $\mathcal{E}_c$) de particules chargées I

Un cyclotron est une machine, inventée en 1930, permettant d'accélérer des particules chargées, bien plus efficacement que par la simple accélération linéaire d'un champ électrostatique uniforme. On en présente le principe dans cet exercice.

1. Calculer numériquement la période T_0 et la pulsation cyclotron ω_c du mouvement d'un proton de vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ dans un champ magnétique $\overrightarrow{B_0}$ uniforme, perpendiculaire à $\overrightarrow{v_0}$. On a $B_0 = 1{,}0\,\mathrm{T}$.
2. Un cyclotron est formé de deux boîtes métalliques semi-cylindriques D_1 et D_2 (les « dees ») telles que $\overrightarrow{B_0}$ soit parallèle aux génératrices du cylindre. Des protons sont injectés à vitesse quasi nulle dans un plan orthogonal à $\overrightarrow{B}$ par une source d'ions proche du centre O du système. On peut appliquer une différence de potentiel U entre les « dees ».



On

figurePrincipe d'un cyclotron.

admet que $\overrightarrow{E}$ est nul dans chacun des « dees » et on considère que $\overrightarrow{B}$ est nul en dehors des « dees ».

   a. Quel est le mouvement du proton quand il se trouve entre les « dees » ?

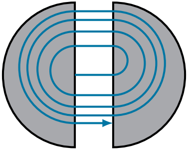
Accélération (augmentation de $\mathcal{E}_c$) de particules chargées II

- b Quel est son mouvement quand il se trouve à l'intérieur d'un « dee » ?
- c Justifier qu'on doit périodiquement changer le signe de U pour continuer à accélérer les protons. Représenter alors l'allure de la trajectoire d'un proton.

3 On varie sinusoïdalement U selon $U = U_0 \cos(\omega t)$ et on néglige le temps passé par les protons entre les « dees ».

- a Comment doit-on choisir ω ?
- b Quelle est l'énergie cinétique d'un proton après n demi-tours du cyclotron si on néglige son énergie cinétique initiale ? En déduire que le rayon ρ_n des demi-cercles augmente proportionnellement avec $\sqrt{n}$.
- c Le rayon des « dees » est $R = 50$ cm. Quelle est la vitesse à laquelle on peut accélérer un proton dans ce dispositif ? Quelle est l'énergie cinétique maximale d'un tel proton ? On exprimera ce résultat en joules et en méga-électron-volts. Quel temps a-t-il mis pour l'acquérir si la tension accélératrice est $U_0 = 4{,}0 \cdot 10^3$ V ?

Correction

1. On a $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_c} = \frac{2\pi m}{eV_0} = 6{,}7 \cdot 10^{-8}$ s.
2. a. eU quand il traverse.
   b. circulaire uniforme, de rayon $R = v_0/\omega_c$ proportionnel à la vitesse, traversée en $T_0/2$
   c. 
3. a. U doit alterner avec une période de T_0, indépendante de v tant qu'on n'est pas relativiste
   b. eU_0 à chaque demi-tour, $\mathcal{E}_c = mv^2/2 = m\rho_n^2\omega_c^2/2 = neU_0$, le rayon croît comme la racine de n.
   c.
      - $\rho_n = R, v = R\omega_c = 4{,}8 \cdot 10^7\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$: elle n'est donc pas encore relativiste. $\mathcal{E}_c = mR^2\omega^2/2 = 1{,}9 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{J} = 1{,}2 \cdot 10^7$ eV.
      - $p = m\omega_c^2R^2/(2 \times 2eU_0) = eB^2R^2/(4U_0m) = 1{,}5 \cdot 10^3$ tours.
      - durée $p \times 2\pi/\omega_c = 1{,}0 \cdot 10^{-4}$ s.

Trajectoire hélicoïdale

Si $\overrightarrow{v_0} \cdot \overrightarrow{B} \neq 0$

- $\overrightarrow{v_0} = \overrightarrow{v_{0z}} + \overrightarrow{v_{0\perp}}$

Trajectoire hélicoïdale

Si $\overrightarrow{v_0} \cdot \overrightarrow{B} \neq 0$

- $\overrightarrow{v_0} = \overrightarrow{v_{0z}} + \overrightarrow{v_{0\perp}}$
- $\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}} = q\,\overrightarrow{v} \wedge B_0\overrightarrow{e_z}$ n'a pas de composante selon $\overrightarrow{e_z}$

Trajectoire hélicoïdale

Si $\overrightarrow{v_0} \cdot \overrightarrow{B} \neq 0$

- $\overrightarrow{v_0} = \overrightarrow{v_{0z}} + \overrightarrow{v_{0\perp}}$
- $\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}} = q\overrightarrow{v} \wedge B_0\overrightarrow{e_z}$ n'a pas de composante selon $\overrightarrow{e_z}$
- $\overrightarrow{v_{0z}}$ est donc constante : mouvement rectiligne uniforme selon $\overrightarrow{e_z}$

Trajectoire hélicoïdale

Si $\overrightarrow{v_0} \cdot \overrightarrow{B} \neq 0$

- $\overrightarrow{v_0} = \overrightarrow{v_{0z}} + \overrightarrow{v_{0\perp}}$
- $\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}} = q\,\overrightarrow{v} \wedge B_0\overrightarrow{e_z}$ n'a pas de composante selon $\overrightarrow{e_z}$
- $\overrightarrow{v_{0z}}$ est donc constante : mouvement rectiligne uniforme selon $\overrightarrow{e_z}$
- $\overrightarrow{v_{0\perp}}$ évolue comme précédemment : mouvement circulaire uniforme orthogonalement à $\overrightarrow{e_z}$

Trajectoire hélicoïdale

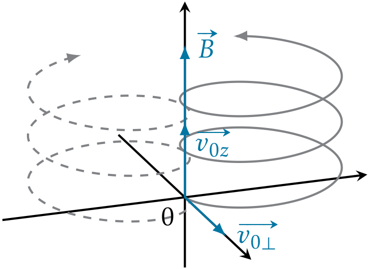
Si $\overrightarrow{v_0} \cdot \overrightarrow{B} \neq 0$

- $\overrightarrow{v_0} = \overrightarrow{v_{0z}} + \overrightarrow{v_{0\perp}}$
- $\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}} = q\,\overrightarrow{v} \wedge B_0\overrightarrow{e_z}$ n'a pas de composante selon $\overrightarrow{e_z}$
- $\overrightarrow{v_{0z}}$ est donc constante : mouvement rectiligne uniforme selon $\overrightarrow{e_z}$
- $\overrightarrow{v_{0\perp}}$ évolue comme précédemment : mouvement circulaire uniforme orthogonalement à $\overrightarrow{e_z}$
- la trajectoire est une hélice tracée sur un cylindre d'axe $\overrightarrow{e_z}$

Trajectoire hélicoïdale

Si $\overrightarrow{v_0} \cdot \overrightarrow{B} \neq 0$

- $\overrightarrow{v_0} = \overrightarrow{v_{0z}} + \overrightarrow{v_{0\perp}}$
- $\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}} = q\overrightarrow{v} \wedge B_0\overrightarrow{e_z}$ n'a pas de composante selon $\overrightarrow{e_z}$
- $\overrightarrow{v_{0z}}$ est donc constante : mouvement rectiligne uniforme selon $\overrightarrow{e_z}$
- $\overrightarrow{v_{0\perp}}$ évolue comme précédemment : mouvement circulaire uniforme orthogonalement à $\overrightarrow{e_z}$
- la trajectoire est une hélice tracée sur un cylindre d'axe $\overrightarrow{e_z}$



Grandeurs cinématiques relativistes

en mécanique classique, une tension U communique $v = c$ pour $U = mc^2/2q$ c'est-à-dire quand $\mathcal{E}_c$ devient comparable à l'énergie de masse mc^2

- électron $U = 2{,}5 \cdot 10^5$ V : réalisable ($mc^2 = 511$ keV)

Grandeurs cinématiques relativistes

en mécanique classique, une tension U communique $v = c$ pour $U = mc^2/2q$ c'est-à-dire quand $\mathcal{E}_c$ devient comparable à l'énergie de masse mc^2

- électron $U = 2{,}5 \cdot 10^5$ V : réalisable ($mc^2 = 511$ keV)
- proton $U = 4{,}7 \cdot 10^8$ V : difficile ($mc^2 = 940$ MeV)

Grandeurs cinématiques relativistes

en mécanique classique, une tension U communique $v = c$ pour $U = mc^2/2q$ c'est-à-dire quand $\mathcal{E}_c$ devient comparable à l'énergie de masse mc^2

- électron $U = 2{,}5 \cdot 10^5$ V : réalisable ($mc^2 = 511$ keV)
- proton $U = 4{,}7 \cdot 10^8$ V : difficile ($mc^2 = 940$ MeV)

Grandeurs cinématiques relativistes

en mécanique classique, une tension U communique $v = c$ pour $U = mc^2/2q$ c'est-à-dire quand $\mathcal{E}_\mathrm{c}$ devient comparable à l'énergie de masse mc^2

- électron $U = 2{,}5 \cdot 10^5$ V : réalisable ($mc^2 = 511$ keV)
- proton $U = 4{,}7 \cdot 10^8$ V : difficile ($mc^2 = 940$ MeV)

quand v s'approche de c, on admet

Définition (Grandeurs cinématiques relativistes)

Pour une particule de masse m animée du vecteur vitesse $\vec{v}$:

- la quantité de mouvement a pour expression $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$;
- l'énergie cinétique a pour expression $\mathcal{E}_\mathrm{c} = (\gamma - 1)mc^2$;

avec $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$.

Indispensable

- expression de la force,
- expression de l'énergie potentielle,
- schémas de la déflexion électrostatique
- expression de la pulsation cyclotron et du rayon (en fonction de p), sens de l'enroulement