Notions sur la mesure en sciences physiques

Julien Cubizolles

Lycée Louis le Grand

lundi 4 septembre 2017

Notions sur la mesure en sciences physiques

Julien Cubizolles

Lycée Louis le Grand

lundi 4 septembre 2017

Grandeurs physiques

- une grandeur physique est une caractéristique mesurable expérimentalement
- il faut pouvoir :
  - vérifier son égalité entre deux corps : sens du signe =
  - déterminer son rapport entre deux corps

Grandeurs physiques

- une grandeur physique est une caractéristique mesurable expérimentalement
- il faut pouvoir :
  - vérifier son égalité entre deux corps : sens du signe =
  - déterminer son rapport entre deux corps

Exemple (de la masse)

Balance de Roberval : égalité

Balance romaine : rapport

5 grandeurs fondamentales

- 5 grandeurs fondamentales indépendantes :

longueur (L)	durée (T)	masse (M)	intensité (I)	température (t)

5 grandeurs fondamentales

- 5 grandeurs fondamentales indépendantes :

longueur (L)	durée (T)	masse (M)	intensité (I)	température (t)

- permettent d'exprimer toute grandeur par produit/quotient :

5 grandeurs fondamentales

- 5 grandeurs fondamentales indépendantes :

longueur (L)	durée (T)	masse (M)	intensité (I)	température (t)

- permettent d'exprimer toute grandeur par produit/quotient :

Exemple

5 grandeurs fondamentales

- 5 grandeurs fondamentales indépendantes :

longueur (L)	durée (T)	masse (M)	intensité (I)	température (t)

- permettent d'exprimer toute grandeur par produit/quotient :

Exemple

- $[\text{vitesse}] = \mathrm{L.T^{-1}}$

5 grandeurs fondamentales

- 5 grandeurs fondamentales indépendantes :

longueur (L)	durée (T)	masse (M)	intensité (I)	température (t)

- permettent d'exprimer toute grandeur par produit/quotient :

Exemple

- $[\text{vitesse}] = \mathrm{L.T^{-1}}$
- $[\text{tension}] = \mathrm{M.L^{2}.I^{-1}.T^{-3}}$

7 unités fondamentales

Grandeur	Symbole	Unité	Définition
longueur	L	mètre (m)	Le mètre est la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de 1/299 792 458 seconde.
durée	T	seconde (s)	La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133.
masse	M	kilogramme (kg)	Le kilogramme est la masse du prototype international, réalisé en platine allié à 10 pour 100 d'iridium, à 0,0001 près, conservé au Bureau International des Poids et Mesures, à Sèvres.
courant électrique	I	ampère (A)	L'ampère est l'intensité d'un courant constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force égale à $2 \cdot 10^{-7}$ N par mètre de longueur.
température	t	kelvin (K)	Le kelvin, unité de température thermodynamique, est la fraction 1/273,16 de la température thermodynamique du point triple de l'eau.
quantité de matière	N	mole (mol)	La mole est la quantité de matière d'un système contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes dans 0,012 kilogramme de carbone 12.
intensité lumineuse	I_v	candéla (cd)	La candela est l'intensité lumineuse, dans une direction donnée, d'une source qui émet un rayonnement monochromatique de fréquence $540 \cdot 10^{12}$ Hz et dont l'intensité énergétique dans cette direction est 1/683 watt par stéradian.

7 unités fondamentales

- 5 unités associées aux grandeurs fondamentales
- 2 unités faisant intervenir des objets particuliers (atome de carbone, œil humain)

7 unités fondamentales

- 5 unités associées aux grandeurs fondamentales
- 2 unités faisant intervenir des objets particuliers (atome de carbone, œil humain)

7 unités fondamentales

- 5 unités associées aux grandeurs fondamentales
- 2 unités faisant intervenir des objets particuliers (atome de carbone, œil humain)

on écrira plutôt :

Exemple

- $[\text{vitesse}] = \mathrm{L.T}^{-1}$, ou noté $[\text{vitesse}] = \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$
- $[\text{tension}] = \mathrm{M.L}^{2}.\mathrm{I}^{-1}.\mathrm{T}^{-3}$ ou noté $[\text{tension}] = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{2}/\mathrm{A}/\mathrm{s}^{3}$

Bientôt changées

Le Bureau International des Poids et Mesures a prévu de changer, en 2018, les définitions du kilogramme, de l'ampère, du kelvin et de la mole à des définitions numériques exactes de la constante de Planck h, de la charge élémentaire e, de la constante de Boltzmann k, de la constante d'Avogadro $\mathcal{N}_{\mathrm{A}}$.

Dimensions d'expressions composées

- la dimension d'un produit (quotient) est le produit (quotient) des dimensions :

1. on retrouve $W = F\ell$ pour une force constante colinéaire au déplacement

Dimensions d'expressions composées

- la dimension d'un produit (quotient) est le produit (quotient) des dimensions :

Exemple (volume en fonction de longueurs)

$$[\mathrm{V}] = \mathrm{m}^3 \quad \text{car} : \mathrm{V} = \ell_x \times \ell_y \times \ell_z.$$

1. on retrouve $\mathrm{W} = \mathrm{F}\ell$ pour une force constante colinéaire au déplacement

Dimensions d'expressions composées

- la dimension d'un produit (quotient) est le produit (quotient) des dimensions :

Exemple (volume en fonction de longueurs)

$$[\mathrm{V}] = \mathrm{m}^3 \quad \text{car : } \mathrm{V} = \ell_x \times \ell_y \times \ell_z.$$

- la dimension d'une dérivée est le quotient des dimensions :

1. on retrouve $\mathrm{W} = \mathrm{F}\ell$ pour une force constante colinéaire au déplacement

Dimensions d'expressions composées

- la dimension d'un produit (quotient) est le produit (quotient) des dimensions :

Exemple (volume en fonction de longueurs)

$$[\mathrm{V}] = \mathrm{m}^3 \quad \text{car : } \mathrm{V} = \ell_x \times \ell_y \times \ell_z.$$

- la dimension d'une dérivée est le quotient des dimensions :

Exemple (vitesse en fonction de longueur et durée)

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \quad \text{et : } \quad [v] = \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1} = \frac{[x]}{[t]}.$$

1. on retrouve $\mathrm{W} = \mathrm{F}\ell$ pour une force constante colinéaire au déplacement

Dimensions d'expressions composées

- la dimension d'un produit (quotient) est le produit (quotient) des dimensions :

Exemple (volume en fonction de longueurs)

$$[\mathrm{V}] = \mathrm{m}^3 \quad \text{car : } \mathrm{V} = \ell_x \times \ell_y \times \ell_z.$$

- la dimension d'une dérivée est le quotient des dimensions :

Exemple (vitesse en fonction de longueur et durée)

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \quad \text{et :} \quad [v] = \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1} = \frac{[x]}{[t]}.$$

- la dimension d'une intégrale est le produit des dimensions

1. on retrouve $\mathrm{W} = \mathrm{F}\ell$ pour une force constante colinéaire au déplacement

Dimensions d'expressions composées

- la dimension d'un produit (quotient) est le produit (quotient) des dimensions :

Exemple (volume en fonction de longueurs)

$$[\mathrm{V}] = \mathrm{m}^3 \quad \text{car : } \mathrm{V} = \ell_x \times \ell_y \times \ell_z.$$

- la dimension d'une dérivée est le quotient des dimensions :

Exemple (vitesse en fonction de longueur et durée)

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \quad \text{et :} \quad [v] = \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1} = \frac{[x]}{[t]}.$$

- la dimension d'une intégrale est le produit des dimensions

Exemple (travail en fonction de force et longueur)

$\mathrm{W} = \int \mathrm{F}\,\mathrm{d}\ell$ [1], *ie* $[\mathrm{W}] = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2} \times \mathrm{m} = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-2}$ *ie* $1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-2}$.

1. on retrouve $\mathrm{W} = \mathrm{F}\ell$ pour une force constante colinéaire au déplacement

Équations aux dimensions

$A = B$ n'a de sens que si A et B ont même dimension

Équations aux dimensions

$A = B$ n'a de sens que si A et B ont même dimension
on peut décomposer une grandeur non fondamentale :

Exemple

$\mathcal{E}_{\text{cin}} = \frac{1}{2}mv^2$ est une énergie donc $[\mathcal{E}_{\text{cin}}] =$

Équations aux dimensions

$A = B$ n'a de sens que si A et B ont même dimension
on peut décomposer une grandeur non fondamentale :

Exemple

$\mathcal{E}_{\text{cin}} = \frac{1}{2}mv^2$ est une énergie donc $[\mathcal{E}_{\text{cin}}] = \mathrm{kg.m^2.s^{-2}}$

Équations aux dimensions

$A = B$ n'a de sens que si A et B ont même dimension
on peut vérifier la vraisemblance d'une égalité :

Exemple (période T d'un pendule simple)

En fonction de l'accélération de la pesanteur g et de la longueur l du pendule

$$T = 2\pi\sqrt{l/g}$$

Équations aux dimensions

$A = B$ n'a de sens que si A et B ont même dimension
on peut vérifier la vraisemblance d'une égalité :

Exemple (période T d'un pendule)

En fonction de l'accélération de la pesanteur g et de la longueur l du pendule

$$[T] = \sqrt{\mathrm{m} \times \mathrm{m}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-2}} = \mathrm{s}$$

on ne peut pas vérifier la valeur des termes sans dimension (2π)

Équations aux dimensions

$A = B$ n'a de sens que si A et B ont même dimension

on peut vérifier la vraisemblance d'une égalité :

Exemple (période T d'un pendule)

En fonction de l'accélération de la pesanteur g et de la longueur l du pendule

$$[T] = \sqrt{\mathrm{m} \times \mathrm{m}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-2}} = \mathrm{s}$$

on ne peut pas vérifier la valeur des termes sans dimension (2π)

Équations aux dimensions

- ☠ : $A + B$ n'a de sens que si A et B ont même dimension
- ☠ : $\cos(A), \ln(A)\ldots$ n'ont de sens que si A est sans dimension

Objectif

- Aucune mesure n'est infiniment précise/juste.

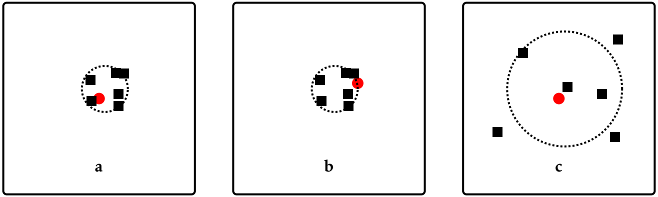
Objectif

- Aucune mesure n'est infiniment précise/juste.
- Il faut estimer l'incertitude et l'indiquer quand on communique le résultat.

Incertitudes

On étudie les résultats fournis par la répétition d'une même mesure, selon le même protocole.

- La précision de la mesure caractérise la reproductibilité de son résultat : les différentes valeurs obtenues sont très proches les unes des autres.
- La mesure est dite juste si la valeur moyenne des résultats est proche de la valeur « vraie ».



Sources d'incertitudes

Erreurs systématiques : identiques à chaque mesure, dues à un défaut de l'appareil ou du protocole.

Sources d'incertitudes

Erreurs systématiques : identiques à chaque mesure, dues à un défaut de l'appareil ou du protocole.

Erreurs aléatoires : varient à chaque mesure, nulles en moyenne.

Sources d'incertitudes

Erreurs systématiques : identiques à chaque mesure, dues à un défaut de l'appareil ou du protocole.

Erreurs aléatoires : varient à chaque mesure, nulles en moyenne.

Sources d'incertitudes

Erreurs systématiques : identiques à chaque mesure, dues à un défaut de l'appareil ou du protocole.

Erreurs aléatoires : varient à chaque mesure, nulles en moyenne.

- La répétition des mesures permet de diminuer l'effet des erreurs aléatoires.

Sources d'incertitudes

Erreurs systématiques : identiques à chaque mesure, dues à un défaut de l'appareil ou du protocole.

Erreurs aléatoires : varient à chaque mesure, nulles en moyenne.

- La répétition des mesures permet de diminuer l'effet des erreurs aléatoires.
- Des mesures précises par des protocoles différents permettent de déceler la présence d'erreurs systématiques.

Étude statistique

La valeur « vraie » est toujours inconnue mais l'incertitude peut être estimée par des moyens statistiques.

- La répétition de la mesure augmente la confiance dans la valeur moyenne.

Étude statistique

La valeur « vraie » est toujours inconnue mais l'incertitude peut être estimée par des moyens statistiques.

- La répétition de la mesure augmente la confiance dans la valeur moyenne.
- La précision renseigne sur la probabilité que le résultat d'une mesure soit proche de la valeur moyenne, ce qui ne garantit cependant pas qu'on aura accès à la valeur « vraie ».

Étude statistique

La valeur « vraie » est toujours inconnue mais l'incertitude peut être estimée par des moyens statistiques.

- La répétition de la mesure augmente la confiance dans la valeur moyenne.
- La précision renseigne sur la probabilité que le résultat d'une mesure soit proche de la valeur moyenne, ce qui ne garantit cependant pas qu'on aura accès à la valeur « vraie ».
- Une étude statistique permet d'estimer un intervalle de confiance dans lequel 68% (par exemple) des résultats seront obtenus.

Étude statistique

La valeur « vraie » est toujours inconnue mais l'incertitude peut être estimée par des moyens statistiques.

- La répétition de la mesure augmente la confiance dans la valeur moyenne.
- La précision renseigne sur la probabilité que le résultat d'une mesure soit proche de la valeur moyenne, ce qui ne garantit cependant pas qu'on aura accès à la valeur « vraie ».
- Une étude statistique permet d'estimer un intervalle de confiance dans lequel 68% (par exemple) des résultats seront obtenus.
- Les caractéristiques de chaque appareil de mesure doivent indiquer un intervalle de confiance.

Présentation d'un résultat

$$X \pm \Delta X$$

- X est le résultat de la mesure, ΔX est l'incertitude
- L'intervalle de confiance est $[X - \Delta X; X + \Delta X]$
- $\frac{\Delta X}{X}$ est l'incertitude relative.

Exemples :

Présentation d'un résultat

$$X \pm \Delta X$$

- X est le résultat de la mesure, ΔX est l'incertitude
- L'intervalle de confiance est $[X - \Delta X; X + \Delta X]$
- $\frac{\Delta X}{X}$ est l'incertitude relative.

Exemples :

Présentation d'un résultat

$$X \pm \Delta X$$

- X est le résultat de la mesure, ΔX est l'incertitude
- L'intervalle de confiance est $[X - \Delta X ; X + \Delta X]$
- $\frac{\Delta X}{X}$ est l'incertitude relative.

Exemples :

$$\mathcal{G} = 6{,}673\,84(80) \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-2}$$

aussi noté : $\mathcal{G} = 6{,}673\,84 \pm 0{,}000\,80 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-2}$ $\quad \frac{\Delta \mathcal{G}}{\mathcal{G}} = 1{,}2 \cdot 10^{-4}$.

Présentation d'un résultat

$$X \pm \Delta X$$

- X est le résultat de la mesure, ΔX est l'incertitude
- L'intervalle de confiance est $[X - \Delta X ; X + \Delta X]$
- $\frac{\Delta X}{X}$ est l'incertitude relative.

Exemples :

$$R_y = 10\,973\,731{,}568\,539(55)\,\mathrm{m}^{-1}$$

aussi noté : $R_y = 10\,973\,731{,}568\,539 \pm 0{,}000\,055\,\mathrm{m}^{-1}$ $\quad \frac{\Delta R_y}{R_y} = 5.10^{-12}$.

Estimation de l'incertitude

Par un traitement statistique : incertitude de type A

Demande du temps ou des objets identiques à mesurer par plusieurs manipulateurs. On calculera l'écart-type en TP de chimie.

Pour une seule mesure : incertitude de type B

- à l'aide des notices d'appareils
- en tenant compte de la fiabilité du protocole de mesure

Propagation des erreurs : fonction d'une seule variable

- on calcule X à partir de la mesure de x, selon $\mathrm{X} = f(x)$

Propagation des erreurs : fonction d'une seule variable

- on calcule X à partir de la mesure de x, selon $X = f(x)$
- l'incertitude sur x est Δx

Propagation des erreurs : fonction d'une seule variable

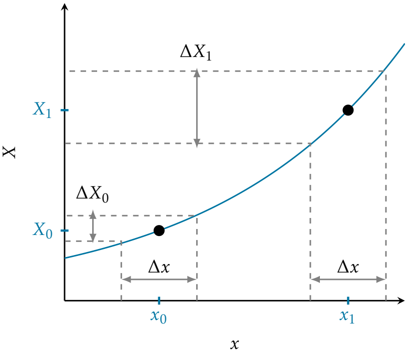
- on calcule X à partir de la mesure de x, selon $X = f(x)$
- l'incertitude sur x est Δx

Propagation des erreurs : fonction d'une seule variable

- on calcule X à partir de la mesure de x, selon $\mathrm{X} = f(x)$
- l'incertitude sur x est Δx

- l'incertitude sur X dépend de Δx mais aussi de la valeur de x
- à Δx fixée, $\Delta \mathrm{X}$ est d'autant plus importante que $\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$ est importante

$$\Delta \mathrm{X} \simeq \left|\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}\right| \Delta x.$$



Propagation des erreurs : fonction de plusieurs variables

- on calcule X à partir des mesures de $x_1, x_2, \ldots$: $\mathrm{X} = \mathrm{F}(x_1, x_2, \ldots)$.

Propagation des erreurs : fonction de plusieurs variables

- on calcule X à partir des mesures de $x_1, x_2, \ldots : X = F(x_1, x_2, \ldots)$.
- chacune est entachée d'une incertitude $\Delta x_1, \Delta x_2 \ldots$ et les erreurs sont supposées indépendantes les unes des autres.

Propagation des erreurs : fonction de plusieurs variables

- on calcule X à partir des mesures de $x_1, x_2, \ldots$: $\mathrm{X} = \mathrm{F}(x_1, x_2, \ldots)$.
- chacune est entachée d'une incertitude $\Delta x_1, \Delta x_2 \ldots$ et les erreurs sont supposées indépendantes les unes des autres.

Propagation des erreurs : fonction de plusieurs variables

- on calcule X à partir des mesures de $x_1, x_2, \ldots$: $X = F(x_1, x_2, \ldots)$.
- chacune est entachée d'une incertitude $\Delta x_1, \Delta x_2 \ldots$ et les erreurs sont supposées indépendantes les unes des autres.

on estime que :

Dérivées partielles

l'incertitude sur x_1, contribue à celle sur X comme si $x_2 \ldots$ avait une incertitude nulle. On calcule cette contribution, ΔX_1 en dérivant F par rapport à x_1 en considérant $x_2 \ldots$ constantes. On note :

$$\Delta X_1 = \left(\frac{\partial F}{\partial x_1}\right)_{x_2,\ldots} \Delta x_1$$

« d rond f sur d rond x_1 » à $x_2 \ldots$ constants.

on somme ensuite quadratiquement les ΔX_i :

$$\Delta X \simeq \sqrt{\sum_i \Delta X_i^2} = \sqrt{\sum_i \left|\frac{\partial F}{\partial x_i}\Delta x_i\right|^2}.$$

on somme ensuite quadratiquement les ΔX_i :

$$\Delta X \simeq \sqrt{\sum_i \Delta X_i^2} = \sqrt{\sum_i \left| \frac{\partial F}{\partial x_i} \Delta x_i \right|^2}.$$

- la somme quadratique correspond à la propagation d'erreurs réparties selon une fonction gaussienne,
- on peut montrer que la combinaison de plusieurs sources d'erreurs tend vers une gaussienne quand le nombre de sources croît

on somme ensuite quadratiquement les ΔX_i :

$$\Delta X \simeq \sqrt{\sum_i \Delta X_i^2} = \sqrt{\sum_i \left|\frac{\partial F}{\partial x_i}\Delta x_i\right|^2}.$$

Exemples

- $X = x_1 + x_2$

$$\Delta X \simeq \sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2}$$

- $X = \frac{A^\alpha B^\beta}{C^\gamma}$

$$\frac{\Delta X}{X} \simeq \sqrt{\left(\alpha\frac{\Delta A}{A}\right)^2 + \left(\beta\frac{\Delta B}{B}\right)^2 + \left(\gamma\frac{\Delta C}{C}\right)^2}$$

Les erreurs relatives s'ajoutent quadratiquement dans ce cas.

Utilisation d'un logiciel

le logiciel `Gum_MC` estime l'incertitude sur la grandeur calculée en fonction des incertitudes sur les grandeurs mesurées :

Utilisation d'un logiciel

le logiciel `Gum_MC` estime l'incertitude sur la grandeur calculée en fonction des incertitudes sur les grandeurs mesurées :

- on rentre pour chaque grandeur, sa valeur mesurée, son incertitude et un modèle de distribution des erreurs

Utilisation d'un logiciel

le logiciel Gum_MC estime l'incertitude sur la grandeur calculée en fonction des incertitudes sur les grandeurs mesurées :

- on rentre pour chaque grandeur, sa valeur mesurée, son incertitude et un modèle de distribution des erreurs
- il donne l'incertitude sur la grandeur calculée :

Utilisation d'un logiciel

le logiciel Gum_MC estime l'incertitude sur la grandeur calculée en fonction des incertitudes sur les grandeurs mesurées :

- on rentre pour chaque grandeur, sa valeur mesurée, son incertitude et un modèle de distribution des erreurs
- il donne l'incertitude sur la grandeur calculée :
  - par un calcul analytique de propagation,

Utilisation d'un logiciel

le logiciel `Gum_MC` estime l'incertitude sur la grandeur calculée en fonction des incertitudes sur les grandeurs mesurées :

- on rentre pour chaque grandeur, sa valeur mesurée, son incertitude et un modèle de distribution des erreurs
- il donne l'incertitude sur la grandeur calculée :
  - par un calcul analytique de propagation,
  - par une simulation statistique d'un grand nombre de mesures (méthode Monte Carlo)

Utilisation d'un logiciel

le logiciel Gum_MC estime l'incertitude sur la grandeur calculée en fonction des incertitudes sur les grandeurs mesurées :

- on rentre pour chaque grandeur, sa valeur mesurée, son incertitude et un modèle de distribution des erreurs
- il donne l'incertitude sur la grandeur calculée :
  - par un calcul analytique de propagation,
  - par une simulation statistique d'un grand nombre de mesures (méthode Monte Carlo)

Utilisation d'un logiciel

le logiciel Gum_MC estime l'incertitude sur la grandeur calculée en fonction des incertitudes sur les grandeurs mesurées :

- on rentre pour chaque grandeur, sa valeur mesurée, son incertitude et un modèle de distribution des erreurs
- il donne l'incertitude sur la grandeur calculée :
  - par un calcul analytique de propagation,
  - par une simulation statistique d'un grand nombre de mesures (méthode Monte Carlo)
- pratique pour des fonctions un peu compliquées,
- ne dispense pas de savoir calculer (de tête...) dans les cas simples

En TP

- Être attentif à la précision du protocole, à l'incertitude des instruments.
- Estimer l'incertitude sur chaque mesure et celle sur la valeur calculée en utilisant quand c'est possible la formule sur les incertitudes relatives.
- Donner le résultat accompagné de son incertitude relative.

Équations aux dimensions

- Déterminer la dimension d'une charge q, d'une force F, d'une tension U, d'une résistance R, de la constante de raideur k d'un ressort.
- Parmi ces expressions, la(les) quelle(s) peut(peuvent) correspondre à la pulsation d'un système oscillant :

$$k/m \quad \sqrt{km} \quad \sqrt{k/m} \quad \cos(k/m) \quad \sqrt{k/m}\cos\left(kl/(mg)\right),$$

avec g une accélération, k une constante de raideur, l une longueur et m une masse.

Calculs d'incertitude : dérivées logarithmiques

1. Soit une grandeur $X = \prod_{i=1}^{N} A_i^{\alpha_i}$. Exprimer ses dérivées logarithmiques : $\left(\frac{\partial \ln(X)}{\partial A_i}\right)_1$ pour tout i.
2. En déduire l'estimation de l'incertitude relative $\frac{\Delta X}{X}$ en fonction des incertitudes relatives des grandeurs A_i $(\Delta A_i / A_i)$.

Calculs d'incertitude : cas d'une dilution

On pèse une masse $m = 2{,}0\,\mathrm{g}$ de chlorure de sodium NaCl, de masse molaire $\mathrm{M(NaCl)} = 58{,}443(2)\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$, que l'on dissout à l'aide d'une fiole jaugée de volume $\mathrm{V} = 100\,\mathrm{mL}$.

1 Quelle est la concentration C, de la solution de chlorure de sodium, et quelle est l' incertitude sur la mesure de la concentration ? Présenter la valeur de C sous la forme :

$$\mathrm{C} = xxx \pm yyy\mathrm{mol\cdot L^{-1}}.$$

2 Quelle est la principale source d'erreur ? Qu'en serait-il si on utilisait la valeur $\mathrm{M} = 58\,\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$.

L'incertitude sur le volume de la fiole jaugée (égale à l'écart-type des résultats de mesures identiques), est égale à 0,10 mL, celle sur la pesée est égale à 0,10 mg.

Correction

- $\Delta m/m \simeq 10^{-4}/2 = 5.10^{-5} = 5.10^{-3}\,\%$
- $\Delta \mathrm{M}/\mathrm{M} \simeq 2.10^{-3}/58 = 3.10^{-5} = 3.10^{-3}\,\%$
- $\Delta \mathrm{V}/\mathrm{V} = 0,1/100 = 10^{-3} = 10^{-1}\,\%$
- $\Delta \mathrm{C}/\mathrm{C} \simeq 1.10^{-1}\,\%$ *ie*

$$\mathrm{C} = 3{,}4298(4)\cdot 10^{-1}\,\mathrm{mol}\cdot\mathrm{L}^{-1} \quad \mathrm{C} = 3{,}4\,\mathrm{mol}\cdot\mathrm{L}^{-1}\text{à } 0,1\,\%\text{ près.}$$

Logiciel Gum_MC

Ordres de grandeur et constantes

Donner une valeur, éventuellement approchée, des constantes suivantes :

- vitesse de la lumière dans le vide,
- constante d'Avogadro,
- constante gravitationnelle,
- charge élémentaire de l'électron,
- masses de l'électron et du proton,
- constante de Planck.

Donner un ordre de grandeur :

- de la taille d'un atome,
- de la longueur d'onde d'un rayonnement lumineux visible,
- du rayon terrestre, du rayon lunaire, de la distance Terre-Lune
- de la distance Terre-Soleil,
- de l'âge de la Terre,
- de l'âge de l'univers.

Correction

- $c = 299792458$ m.s^{-1},
- $\mathrm{N}_{\mathcal{A}} = 6,0221415\ 10^{23}$mol^{-1},
- $\mathcal{G} = 6,6742\ 10^{-11}$m^3.kg^{-1}.s^{-2},
- $q = 1,60217653\ 10^{-19}$C,
- $m_e = 9,1093826\ 10^{-31}$kg,
  $m_p = 1,67262171\ 10^{-27}$kg,
- $6,6260693\ 10^{-34}$J.s.

- taille d'un atome :
  1Å$= 10^{-10}$ m,
- de la longueur d'onde d'un rayonnement lumineux visible : $\lambda \simeq 500$ nm,
- rayon terrestre :
  $\mathrm{R_T} = 6378$ km, $\mathrm{R_L} \simeq \mathrm{R_T}/4$,
  $r_{\mathrm{TL}} \simeq 60\mathrm{R_T}$
- distance Terre-Soleil
  $1u.a. = 149597870691$ m (150 millions de km),
- âge de la terre : $4,55\ 10^9$ années,
- âge de l'univers : $13,7\ 10^9$ années.