Introduction au monde quantique

Julien Cubizolles

Lycée Louis le Grand

vendredi 22 septembre 2017

Introduction au monde quantique

Julien Cubizolles

Lycée Louis le Grand

vendredi 22 septembre 2017

Historique

Au début du XX, des observations mettent en défaut la physique classique

- catastrophe ultraviolette (expliqué par Planck 1900)

Historique

Au début du XX, des observations mettent en défaut la physique classique

- catastrophe ultraviolette (expliqué par Planck 1900)
- effet photoélectrique (par Einstein 1905)

Historique

Au début du XX, des observations mettent en défaut la physique classique

- catastrophe ultraviolette (expliqué par Planck 1900)
- effet photoélectrique (par Einstein 1905)
- stabilité des atomes et raies spectrales (Bohr 1913)

Historique

Au début du XX, des observations mettent en défaut la physique classique

- catastrophe ultraviolette (expliqué par Planck 1900)
- effet photoélectrique (par Einstein 1905)
- stabilité des atomes et raies spectrales (Bohr 1913)
- élaboration de la théorie des quanta (Planck 1900, puis Einstein, Bohr, Heisenberg de Broglie)

Historique

Au début du XX, des observations mettent en défaut la physique classique

- catastrophe ultraviolette (expliqué par Planck 1900)
- effet photoélectrique (par Einstein 1905)
- stabilité des atomes et raies spectrales (Bohr 1913)
- élaboration de la théorie des quanta (Planck 1900, puis Einstein, Bohr, Heisenberg de Broglie)
- puis mécanique quantique 1925 (les précédents et Schrödinger, Dirac, Born, Pauli)

Ruptures avec la physique classique

- dualité onde/corpuscule : pour le rayonnement et pour la matière

Ruptures avec la physique classique

- dualité onde/corpuscule : pour le rayonnement et pour la matière
- phénomènes de chocs pour la lumière (effet photoélectrique)

Ruptures avec la physique classique

- dualité onde/corpuscule : pour le rayonnement et pour la matière
- phénomènes de chocs pour la lumière (effet photoélectrique)
- phénomènes d'interférences pour la matière

Ruptures avec la physique classique

- dualité onde/corpuscule : pour le rayonnement et pour la matière
- phénomènes de chocs pour la lumière (effet photoélectrique)
- phénomènes d'interférences pour la matière
- superposition d'états quantiques (chat de Schrödinger)

À notre échelle

- peu observable à notre échelle car les objets matériels ont des « tailles » grande devant leur « longueur d'onde », ils n'interfèrent quasiment pas

À notre échelle

- peu observable à notre échelle car les objets matériels ont des « tailles » grande devant leur « longueur d'onde », ils n'interfèrent quasiment pas
- seuls certains états sont observables

À notre échelle

- peu observable à notre échelle car les objets matériels ont des « tailles » grande devant leur « longueur d'onde », ils n'interfèrent quasiment pas
- seuls certains états sont observables
- les résultats de mesure sont probabilistes à notre échelle mais l'évolution reste fondamentalement déterministe

À notre échelle

- peu observable à notre échelle car les objets matériels ont des « tailles » grande devant leur « longueur d'onde », ils n'interfèrent quasiment pas
- seuls certains états sont observables
- les résultats de mesure sont probabilistes à notre échelle mais l'évolution reste fondamentalement déterministe
- intrication quantique : états à plusieurs particules distantes, l'observation de l'une fixe l'état de l'autre, instantanément

Succès et applications

- redonne la structure atomique (Démocrite) morcelée, décrit les structures atomiques (avec des précisions de l'ordre de 1e-12),

Succès et applications

- redonne la structure atomique (Démocrite) morcelée, décrit les structures atomiques (avec des précisions de l'ordre de 1e-12),
- structure moléculaires, des solides (1/2 conducteurs et toute l'électronique, supraconducteurs)

Succès et applications

- redonne la structure atomique (Démocrite) morcelée, décrit les structures atomiques (avec des précisions de l'ordre de 1e-12),
- structure moléculaires, des solides (1/2 conducteurs et toute l'électronique, supraconducteurs)
- régit aussi les naines blanches/étoiles à neutrons : objets dégénérés car très denses (1t/cm^3 et 1e9 t/cm^3)

Succès et applications

- redonne la structure atomique (Démocrite) morcelée, décrit les structures atomiques (avec des précisions de l'ordre de 1e-12),
- structure moléculaires, des solides (1/2 conducteurs et toute l'électronique, supraconducteurs)
- régit aussi les naines blanches/étoiles à neutrons : objets dégénérés car très denses (1t/cm^3 et 1e9 t/cm^3)
- autres objets dégénérés : électrons dans un conducteur ou 1/2 conducteur,

Succès et applications

- redonne la structure atomique (Démocrite) morcelée, décrit les structures atomiques (avec des précisions de l'ordre de 1e-12),
- structure moléculaires, des solides (1/2 conducteurs et toute l'électronique, supraconducteurs)
- régit aussi les naines blanches/étoiles à neutrons : objets dégénérés car très denses ($1t/cm^3$ et $1e9\ t/cm^3$)
- autres objets dégénérés : électrons dans un conducteur ou 1/2 conducteur,
- depuis les années 2000 : nouveaux états de gaz atomiques/moléculaires dégénérés : systèmes modèles d'étude de la physique de systèmes plus denses (supraconducteurs)

Succès et applications

- redonne la structure atomique (Démocrite) morcelée, décrit les structures atomiques (avec des précisions de l'ordre de 1e-12),
- structure moléculaires, des solides (1/2 conducteurs et toute l'électronique, supraconducteurs)
- régit aussi les naines blanches/étoiles à neutrons : objets dégénérés car très denses (1t/cm^3 et 1e9 t/cm^3)
- autres objets dégénérés : électrons dans un conducteur ou 1/2 conducteur,
- depuis les années 2000 : nouveaux états de gaz atomiques/moléculaires dégénérés : systèmes modèles d'étude de la physique de systèmes plus denses (supraconducteurs)
- intrication quantique utilisée pour la cryptographie quantique (permet de détecter qu'une communication a été interceptée)

Succès et applications

- redonne la structure atomique (Démocrite) morcelée, décrit les structures atomiques (avec des précisions de l'ordre de 1e-12),
- structure moléculaires, des solides (1/2 conducteurs et toute l'électronique, supraconducteurs)
- régit aussi les naines blanches/étoiles à neutrons : objets dégénérés car très denses (1t/cm^3 et 1e9 t/cm^3)
- autres objets dégénérés : électrons dans un conducteur ou 1/2 conducteur,
- depuis les années 2000 : nouveaux états de gaz atomiques/moléculaires dégénérés : systèmes modèles d'étude de la physique de systèmes plus denses (supraconducteurs)
- intrication quantique utilisée pour la cryptographie quantique (permet de détecter qu'une communication a été interceptée)
- vers l'ordinateur quantique ? l'intrication permet de paralléliser les calculs, algorithmes spécifiques beaucoup plus efficaces

Succès et applications

- redonne la structure atomique (Démocrite) morcelée, décrit les structures atomiques (avec des précisions de l'ordre de 1e-12),
- structure moléculaires, des solides (1/2 conducteurs et toute l'électronique, supraconducteurs)
- régit aussi les naines blanches/étoiles à neutrons : objets dégénérés car très denses (1t/cm^3 et 1e9 t/cm^3)
- autres objets dégénérés : électrons dans un conducteur ou 1/2 conducteur,
- depuis les années 2000 : nouveaux états de gaz atomiques/moléculaires dégénérés : systèmes modèles d'étude de la physique de systèmes plus denses (supraconducteurs)
- intrication quantique utilisée pour la cryptographie quantique (permet de détecter qu'une communication a été interceptée)
- vers l'ordinateur quantique ? l'intrication permet de paralléliser les calculs, algorithmes spécifiques beaucoup plus efficaces
- échecs ? jamais mise en défaut expérimentalement

Mécanique classique du point

Mécanique classique du point

- on étudie des objets dont la position est mesurable à chaque instant

Mécanique classique du point

- on étudie des objets dont la position est mesurable à chaque instant
- les lois de la mécanique régissent l'évolution de la position sous l'effet des actions extérieures à l'objet (forces) qui font varier la quantité de mouvement

Mécanique classique du point

Définition (Quantité de mouvement)

La quantité de mouvement, notée $\vec{p}$ d'un objet de masse m et de vecteur vitesse $\vec{v}$ est le produit :

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Mécanique classique du point

Définition (Quantité de mouvement)

La quantité de mouvement, notée $\vec{p}$ d'un objet de masse m et de vecteur vitesse $\vec{v}$ est le produit :

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Mécanique classique du point

Définition (Quantité de mouvement)

La quantité de mouvement, notée $\vec{p}$ d'un objet de masse m et de vecteur vitesse $\vec{v}$ est le produit :

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

- pour un objet non ponctuel, on s'intéresse au centre d'inertie (cf. cours mécanique)

Mécanique classique du point

Définition (Quantité de mouvement)

La quantité de mouvement, notée $\vec{p}$ d'un objet de masse m et de vecteur vitesse $\vec{v}$ est le produit :

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

- pour un objet non ponctuel, on s'intéresse au centre d'inertie (cf. cours mécanique)
- définition différente si v n'est pas négligeable devant c

Ondes en mécanique classique

Ondes en mécanique classique

- vagues sur une cuve à ondes, ondes électromagnétiques, son …

Ondes en mécanique classique

- vagues sur une cuve à ondes, ondes électromagnétiques, son ...
- onde monochromatique caractérisée par la période T, la pulsation ω, la vitesse c, la longueur d'onde $\lambda = cT$

Ondes en mécanique classique

Définition (Vecteur d'onde)

On définit le vecteur d'onde, noté k associé à une onde monochromatique de longueur d'onde λ par :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

La phase de l'excitation s'écrit alors $\omega t - kx$.

Ondes en mécanique classique

Définition (Vecteur d'onde)

On définit le vecteur d'onde, noté k associé à une onde monochromatique de longueur d'onde λ par :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

La phase de l'excitation s'écrit alors $\omega t - kx$.

- pour une propagation à 2/3D, on utilise un vrai vecteur d'onde $\vec{k}$; la phase en un point M s'écrit alors :

$$\omega t - \vec{k} \cdot \overrightarrow{OM}$$

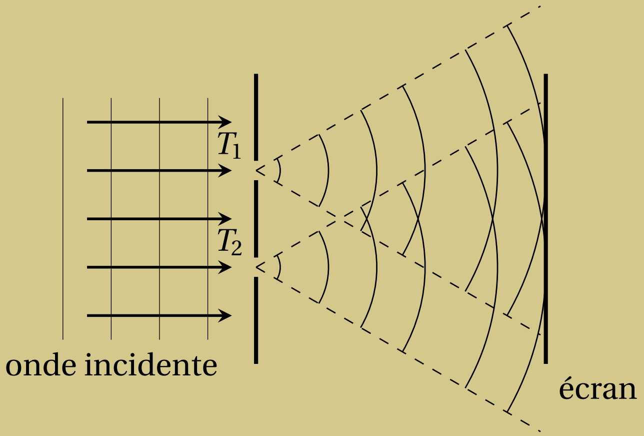
- le vecteur d'onde k est relié au nombre d'ondes σ : $k = 2\pi\sigma$

Interactions : entre particules

collisions entre points matériels au cours desquelles ils échangent de la quantité de mouvement (on peut montrer que le total reste constant)

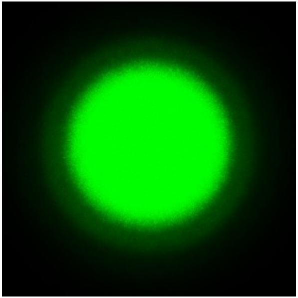
Interactions entre ondes : interférences

Exemple (Expérience des trous d'Young)



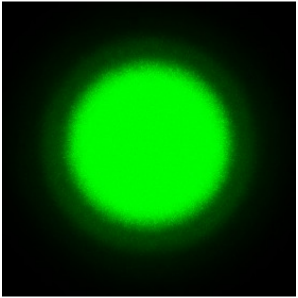
Interactions entre ondes : interférences

Un trou découvert

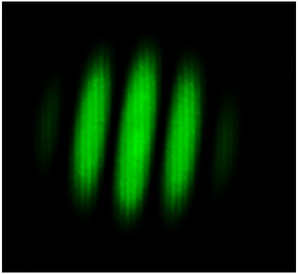


Interactions entre ondes : interférences

Un trou découvert

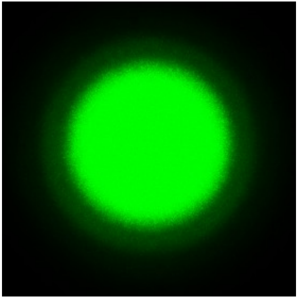


Deux trous découverts

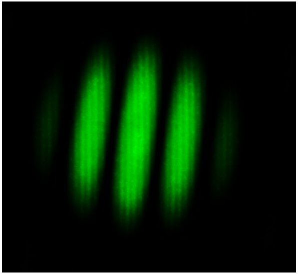


Interactions entre ondes : interférences

Un trou découvert



Deux trous découverts

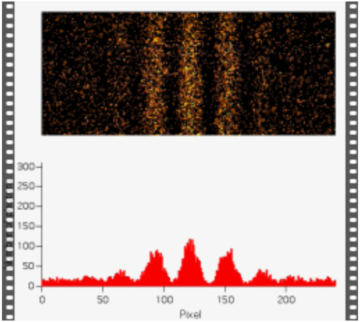


la somme de deux ondes non nulles peut donner un éclairement nul

En fait, ces deux comportements sont deux aspects de tout système physique

« Impacts » de lumière

les détecteurs de lumière (CCD par exemple) réagissent à des « impact » successifs de « grains de lumière », qu'on peut visualiser avec une source émettant des photons uniques [1]



1. Jean-Francois Roch, ENS de Cachan et Philippe Grangier, Institut d'Optique Graduate School

Interprétation

- on diminue (beaucoup) l'intensité lumineuse

Interprétation

- on diminue (beaucoup) l'intensité lumineuse
- on n'observe pas simplement une image identique moins intense

Interprétation

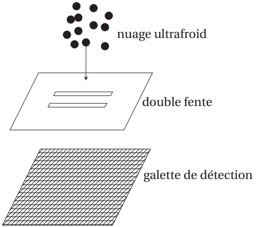
- on diminue (beaucoup) l'intensité lumineuse
- on n'observe pas simplement une image identique moins intense

Photon

Les échanges d'énergie entre matière et rayonnement se font par quantités discrètes. On nomme photon le quantum d'énergie d'un rayonnement électromagnétique.

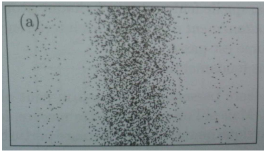
Fentes d'Young avec des atomes

- on lâche des billes au dessus de deux fentes : des impacts à la verticale des fentes
- des atomes d'helium métastable ultra froids ($\simeq 2\,\mathrm{mK}$) sont lâchés au-dessus d'une double fente (Shimizu et Shimizu 1992)

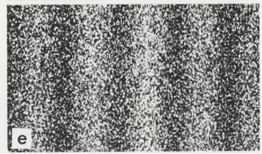


Fentes d'Young avec des atomes

- on lâche des billes au dessus de deux fentes : des impacts à la verticale des fentes
- des atomes d'helium métastable ultra froids ($\simeq 2\,\text{mK}$) sont lâchés au-dessus d'une double fente (Shimizu et Shimizu 1992)



une fente découverte



deux fentes découvertes

comment relier caractéristiques ondulatoires et particulaires ?

on doit trouver l'énergie et la quantité de mouvement associés au photon

Énergie du photon

Définition (Première relation de Planck-Einstein)

L'énergie d'un photon associé à une onde monochromatique de fréquence ν (de pulsation ω) est :

$$E = h\nu = \hbar\omega$$

avec $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s la constante de Planck et
$\hbar = h/(2\pi) = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ J · s la constante de Planck réduite.

Énergie du photon

Définition (Première relation de Planck-Einstein)

L'énergie d'un photon associé à une onde monochromatique de fréquence ν (de pulsation ω) est :

$$E = h\nu = \hbar\omega$$

avec $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J · s la constante de Planck et
$\hbar = h/(2\pi) = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ J · s la constante de Planck réduite.

- pour un photon visible : $E \simeq 1 \cdot 10^{-19}$ J

Énergie du photon

Définition (Première relation de Planck-Einstein)

L'énergie d'un photon associé à une onde monochromatique de fréquence ν (de pulsation ω) est :

$$E = h\nu = \hbar\omega$$

avec $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J $\cdot$ s la constante de Planck et
$\hbar = h/(2\pi) = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ J $\cdot$ s la constante de Planck réduite.

- pour un photon visible : $E \simeq 1 \cdot 10^{-19}$ J
- un photon ultraviolet est plus énergétique qu'un photon infrarouge

Histoire

- la constante h a été introduite par Planck pour résoudre le paradoxe du « rayonnement du corps noir » : sans la quantification de l'énergie du rayonnement, l'énergie émise par un objet du fait de sa température devrait être infinie

Histoire

- la constante h a été introduite par Planck pour résoudre le paradoxe du « rayonnement du corps noir » : sans la quantification de l'énergie du rayonnement, l'énergie émise par un objet du fait de sa température devrait être infinie
- effet photoélectrique (expliqué par Einstein 1905 en introduisant le photon)

Histoire

- la constante h a été introduite par Planck pour résoudre le paradoxe du « rayonnement du corps noir » : sans la quantification de l'énergie du rayonnement, l'énergie émise par un objet du fait de sa température devrait être infinie
- effet photoélectrique (expliqué par Einstein 1905 en introduisant le photon)
  - animation photoélectrique

Histoire

- la constante h a été introduite par Planck pour résoudre le paradoxe du « rayonnement du corps noir » : sans la quantification de l'énergie du rayonnement, l'énergie émise par un objet du fait de sa température devrait être infinie
- effet photoélectrique (expliqué par Einstein 1905 en introduisant le photon)
  - animation photoélectrique
  - un rayonnement électromagnétique peut arracher des électrons à un métal (UV)

Histoire

- la constante h a été introduite par Planck pour résoudre le paradoxe du « rayonnement du corps noir » : sans la quantification de l'énergie du rayonnement, l'énergie émise par un objet du fait de sa température devrait être infinie
- effet photoélectrique (expliqué par Einstein 1905 en introduisant le photon)
  - animation photoélectrique
  - un rayonnement électromagnétique peut arracher des électrons à un métal (UV)
  - il faut une fréquence minimale et pas une intensité minimale pour l'observer

Histoire

- la constante h a été introduite par Planck pour résoudre le paradoxe du « rayonnement du corps noir » : sans la quantification de l'énergie du rayonnement, l'énergie émise par un objet du fait de sa température devrait être infinie
- effet photoélectrique (expliqué par Einstein 1905 en introduisant le photon)
  - animation photoélectrique
  - un rayonnement électromagnétique peut arracher des électrons à un métal (UV)
  - il faut une fréquence minimale et pas une intensité minimale pour l'observer
  - c'est donc que le rayonnement apporte l'énergie par quantités discrètes, dont le minimum est alors croissant avec la fréquence

Quantité du mouvement du photon

Définition (Deuxième relation de Planck-Einstein)

La quantité de mouvement d'un photon associé à une onde plane monochromatique de fréquence ν et se propageant dans la direction $\vec{e_x}$

$$\vec{p} = \frac{h}{\lambda}\vec{e_x} = \frac{h\nu}{c}\vec{e_x} = \hbar\vec{k} \qquad \text{avec: } \vec{k} \equiv \vec{e_x} = k\vec{e_x} \quad \text{et: } k \equiv \frac{2\pi}{\lambda}.$$

- la quantité de mouvement est vectorielle mais on ne s'intéressera qu'à des mouvements unidimensionnels
- E proportionnelle à p pour le photon, mais pour une particule massive libre $E = mv^2/2 = p^2/(2m)$ proportionnelle à p^2
- ☠ un photon possède une quantité de mouvement et une énergie bien qu'il n'ait pas de masse

Quantité du mouvement du photon

Définition (Deuxième relation de Planck-Einstein)

La quantité de mouvement d'un photon associé à une onde plane monochromatique de fréquence ν et se propageant dans la direction $\vec{e_x}$

$$\vec{p} = \frac{h}{\lambda}\vec{e_x} = \frac{h\nu}{c}\vec{e_x} = \hbar\vec{k} \qquad \text{avec: } \vec{k} \equiv \vec{e_x} = k\vec{e_x} \quad \text{et: } k \equiv \frac{2\pi}{\lambda}.$$

- la quantité de mouvement est vectorielle mais on ne s'intéressera qu'à des mouvements unidimensionnels
- E proportionnelle à p pour le photon, mais pour une particule massive libre $E = mv^2/2 = p^2/(2m)$ proportionnelle à p^2
- un photon possède une énergie de mouvement et une énergie bien qu'il n'ait pas de masse

Quantité du mouvement du photon

Définition (Deuxième relation de Planck-Einstein)

La quantité de mouvement d'un photon associé à une onde plane monochromatique de fréquence ν et se propageant dans la direction $\vec{e_x}$

$$\vec{p} = \frac{h}{\lambda}\vec{e_x} = \frac{h\nu}{c}\vec{e_x} = \hbar\vec{k} \qquad \text{avec: } \vec{k} \equiv \vec{e_x} = k\vec{e_x} \quad \text{et: } k \equiv \frac{2\pi}{\lambda}.$$

- la quantité de mouvement est vectorielle mais on ne s'intéressera qu'à des mouvements unidimensionnels
- E proportionnelle à p pour le photon, mais pour une particule massive libre $E = mv^2/2 = p^2/(2m)$ proportionnelle à p^2
- ☠ un photon possède une quantité de mouvement et une énergie bien qu'il n'ait pas de masse
- pour un photon visible : $p \simeq 7 \cdot 10^{-27}$ kg · m · s^{-1}
- un photon ultraviolet a une plus grande quantité de mouvement qu'un photon infrarouge

Quantité du mouvement du photon

Définition (Deuxième relation de Planck-Einstein)

La quantité de mouvement d'un photon associé à une onde plane monochromatique de fréquence ν et se propageant dans la direction $\vec{e_x}$

$$\vec{p} = \frac{h}{\lambda}\vec{e_x} = \frac{h\nu}{c}\vec{e_x} = \hbar\vec{k} \qquad \text{avec: } \vec{k} \equiv \vec{e_x} = k\vec{e_x} \quad \text{et: } k \equiv \frac{2\pi}{\lambda}.$$

- la quantité de mouvement est vectorielle mais on ne s'intéressera qu'à des mouvements unidimensionnels
- E proportionnelle à p pour le photon, mais pour une particule massive libre $E = mv^2/2 = p^2/(2m)$ proportionnelle à p^2
- ☠ un photon possède une quantité de mouvement et une énergie bien qu'il n'ait pas de masse
- pour un photon visible : $p \simeq 7 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$
- un photon ultraviolet a une plus grande quantité de mouvement qu'un photon infrarouge

Position du photon ?

- onde monochromatique :

2. image par Kraaiennest sur http ://en.wikipedia.org/wiki/Group_velocity

Position du photon ?

- onde monochromatique :
  - ne doit pas avoir de limitation dans le temps ni dans l'espace : elle représente un flux de continu de photons

2. image par Kraaiennest sur http ://en.wikipedia.org/wiki/Group_velocity

Position du photon ?

- onde monochromatique :
  - ne doit pas avoir de limitation dans le temps ni dans l'espace : elle représente un flux de continu de photons
  - densité de photons uniforme le long du faisceau

2. image par Kraaiennest sur http ://en.wikipedia.org/wiki/Group_velocity

Position du photon ?

- onde monochromatique :
  - ne doit pas avoir de limitation dans le temps ni dans l'espace : elle représente un flux de continu de photons
  - densité de photons uniforme le long du faisceau
- paquet d'ondes :

2. image par Kraaiennest sur http ://en.wikipedia.org/wiki/Group_velocity

Position du photon ?

- onde monochromatique :
  - ne doit pas avoir de limitation dans le temps ni dans l'espace : elle représente un flux de continu de photons
  - densité de photons uniforme le long du faisceau
- paquet d'ondes :
  - formé de plusieurs ondes de pulsations proches de ω_0 (dans un intervalle $\Delta\omega$)

2. image par Kraaiennest sur http ://en.wikipedia.org/wiki/Group_velocity

Position du photon ?

- onde monochromatique :
  - ne doit pas avoir de limitation dans le temps ni dans l'espace : elle représente un flux de continu de photons
  - densité de photons uniforme le long du faisceau
- paquet d'ondes :
  - formé de plusieurs ondes de pulsations proches de ω_0 (dans un intervalle $\Delta\,\omega$)
  - maximum local de densité d'énergie, qui se déplace

2. image par Kraaiennest sur http ://en.wikipedia.org/wiki/Group_velocity

Position du photon ?

- onde monochromatique :
  - ne doit pas avoir de limitation dans le temps ni dans l'espace : elle représente un flux de continu de photons
  - densité de photons uniforme le long du faisceau
- paquet d'ondes :
  - formé de plusieurs ondes de pulsations proches de ω_0 (dans un intervalle $\Delta\,\omega$)
  - maximum local de densité d'énergie, qui se déplace
  - ressemble davantage à une particule qui se déplace

2. image par Kraaiennest sur http ://en.wikipedia.org/wiki/Group_velocity

Position du photon ?

- onde monochromatique :
  - ne doit pas avoir de limitation dans le temps ni dans l'espace : elle représente un flux de continu de photons
  - densité de photons uniforme le long du faisceau
- paquet d'ondes :
  - formé de plusieurs ondes de pulsations proches de ω_0 (dans un intervalle $\Delta\omega$)
  - maximum local de densité d'énergie, qui se déplace
  - ressemble davantage à une particule qui se déplace
  - ce maximum se déplace à une vitesse strictement inférieure à c dite vitesse de groupe même si chacun des photons « va à c », dite vitesse de phase

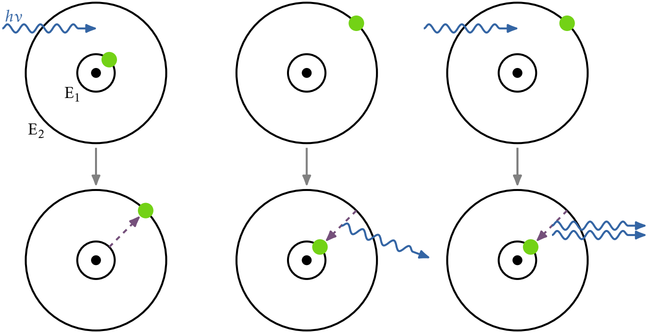
 [2]

2. image par Kraaiennest sur http ://en.wikipedia.org/wiki/Group_velocity

Interactions atome - rayonnement : 3 processus

- un atome peut absorber un photon ou émettre un photon quand un de ses électrons change de niveau d'énergie
- son énergie et sa quantité de mouvement varient de celles du photon
  - les énergies interne et cinétique de l'atome changent
  - sa quantité de mouvement totale change

Interactions atome - rayonnement : 3 processus

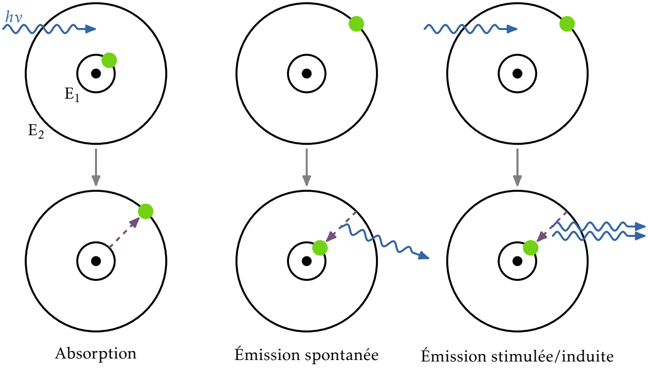


Absorption

Émission spontanée

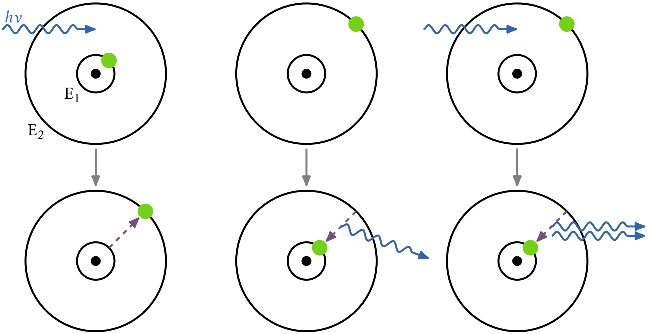
Émission stimulée/induite

Interactions atome - rayonnement : 3 processus



3 modes d'interaction :

Interactions atome - rayonnement : 3 processus

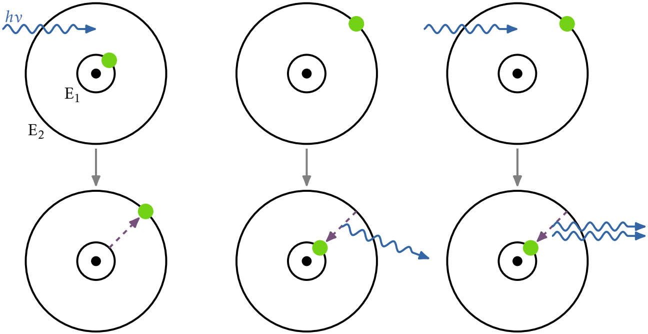


Absorption   Émission spontanée   Émission stimulée/induite

3 modes d'interaction :

- absorption : un atome au repos acquiert une vitesse dans le sens du photon incident

Interactions atome - rayonnement : 3 processus

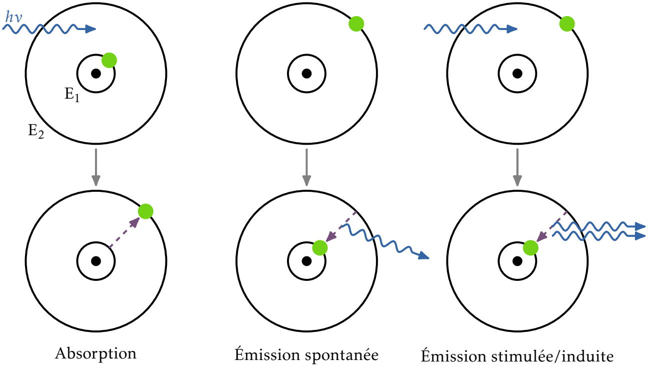


Absorption — Émission spontanée — Émission stimulée/induite

3 modes d'interaction :

- absorption : un atome au repos acquiert une vitesse dans le sens du photon incident
- émission spontanée : effet de recul opposé au photon émis

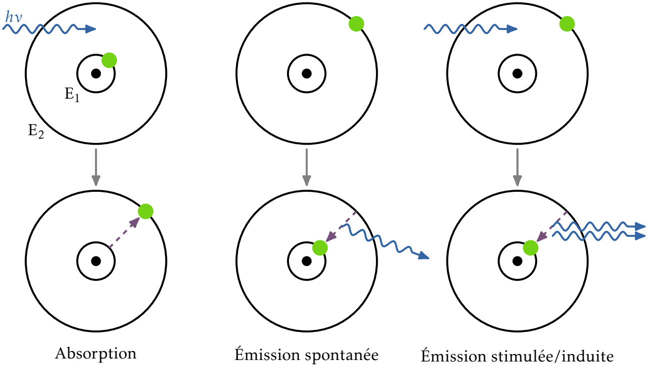
Interactions atome - rayonnement : 3 processus



3 modes d'interaction :

- absorption : un atome au repos acquiert une vitesse dans le sens du photon incident
- émission spontanée : effet de recul opposé au photon émis
- émission induite : idem mais le photon émis a même fréquence, même direction et est en phase avec le photon induisant l'émission

Interactions atome - rayonnement : 3 processus



3 modes d'interaction :

- absorption : un atome au repos acquiert une vitesse dans le sens du photon incident
- émission spontanée : effet de recul opposé au photon émis
- émission induite : idem mais le photon émis a même fréquence, même direction et est en phase avec le photon induisant l'émission

Longueur d'onde associée à une particule

Longueur d'onde associée à une particule

- pour expliquer les manips d'interférences atomiques, on attribue une longueur d'onde à un objet matériel

Longueur d'onde associée à une particule

- pour expliquer les manips d'interférences atomiques, on attribue une longueur d'onde à un objet matériel
- pour un photon $p = h/\lambda$: on procède de la même manière

Longueur d'onde associée à une particule

- pour expliquer les manips d'interférences atomiques, on attribue une longueur d'onde à un objet matériel
- pour un photon $p = h/\lambda$: on procède de la même manière

Définition (Longueur d'onde de de Broglie)

On associe à un objet matériel de masse m et de vitesse de norme v la longueur d'onde dite de de Broglie λ_{dB} telle que :

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}.$$

Longueur d'onde associée à une particule

Définition (Longueur d'onde de de Broglie)

On associe à un objet matériel de masse m et de vitesse de norme v la longueur d'onde dite de de Broglie λ_{dB} telle que :

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}.$$

Longueur d'onde associée à une particule

Définition (Longueur d'onde de de Broglie)

On associe à un objet matériel de masse m et de vitesse de norme v la longueur d'onde dite de de Broglie λ_{dB} telle que :

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}.$$

- historiquement introduit (1924) par Louis de Broglie pour décrire l'interaction de l'électron avec le rayonnement quantifié par Einstein

Longueur d'onde associée à une particule

Définition (Longueur d'onde de de Broglie)

On associe à un objet matériel de masse m et de vitesse de norme v la longueur d'onde dite de de Broglie λ_{dB} telle que :

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}.$$

- historiquement introduit (1924) par Louis de Broglie pour décrire l'interaction de l'électron avec le rayonnement quantifié par Einstein
- reste valable dans le cadre des fonctions d'ondes de la mécanique quantique

Longueur d'onde associée à une particule

Définition (Longueur d'onde de de Broglie)

On associe à un objet matériel de masse m et de vitesse de norme v la longueur d'onde dite de de Broglie λ_{dB} telle que :

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}.$$

- historiquement introduit (1924) par Louis de Broglie pour décrire l'interaction de l'électron avec le rayonnement quantifié par Einstein
- reste valable dans le cadre des fonctions d'ondes de la mécanique quantique
- d'autant plus petite que p est élevée

Longueur d'onde associée à une particule

Définition (Longueur d'onde de de Broglie)

On associe à un objet matériel de masse m et de vitesse de norme v la longueur d'onde dite de de Broglie λ_{dB} telle que :

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}.$$

- historiquement introduit (1924) par Louis de Broglie pour décrire l'interaction de l'électron avec le rayonnement quantifié par Einstein
- reste valable dans le cadre des fonctions d'ondes de la mécanique quantique
- d'autant plus petite que p est élevée
- $\lambda_{dB} \simeq 3 \cdot 10^{-11}$ m pour Na à 600 m $\cdot$ s^{-1}, vitesse caractéristique à 300 K

Diffraction d'onde de matière : retour sur les interférences atomiques

- l'hélium à $T \simeq 1\,\mathrm{mK}$: $v \simeq \sqrt{3k_\mathrm{B}T/m} \simeq 2\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ soit $\lambda_{dB} = h/(mv) = 4\cdot 10^{-8}\,\mathrm{m}$

Diffraction d'onde de matière : retour sur les interférences atomiques

- l'hélium à $T \simeq 1\,\mathrm{mK}$: $v \simeq \sqrt{3k_\mathrm{B}T/m} \simeq 2\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ soit $\lambda_{dB} = h/(mv) = 4\cdot 10^{-8}\,\mathrm{m}$
- les fentes font $2\,\mu\mathrm{m}$ et sont distantes de $6\,\mu\mathrm{m}$

Diffraction d'onde de matière : retour sur les interférences atomiques

- l'hélium à $T \simeq 1\,\mathrm{mK}$: $v \simeq \sqrt{3k_\mathrm{B}T/m} \simeq 2\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ soit $\lambda_{dB} = h/(mv) = 4\cdot 10^{-8}\,\mathrm{m}$
- les fentes font $2\,\mu\mathrm{m}$ et sont distantes de $6\,\mu\mathrm{m}$
- condition de diffraction/interférences

Diffraction d'onde de matière : retour sur les interférences atomiques

- l'hélium à $T \simeq 1\,\text{mK}$: $v \simeq \sqrt{3k_\text{B}T/m} \simeq 2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ soit $\lambda_{dB} = h/(mv) = 4\cdot 10^{-8}\,\text{m}$
- les fentes font $2\,\mu\text{m}$ et sont distantes de $6\,\mu\text{m}$
- condition de diffraction/interférences
  - la diffraction se manifeste quand les tailles ne sont pas très grandes devant λ

Diffraction d'onde de matière : retour sur les interférences atomiques

- l'hélium à $T \simeq 1\,\text{mK}$: $v \simeq \sqrt{3k_\text{B}T/m} \simeq 2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ soit $\lambda_{dB} = h/(mv) = 4\cdot 10^{-8}\,\text{m}$
- les fentes font $2\,\mu\text{m}$ et sont distantes de $6\,\mu\text{m}$
- condition de diffraction/interférences
  - la diffraction se manifeste quand les tailles ne sont pas très grandes devant λ
  - les interférences nécessitent que la différence de trajet soit de l'ordre de λ

Diffraction d'onde de matière : retour sur les interférences atomiques

- l'hélium à $T \simeq 1\,\mathrm{mK}$: $v \simeq \sqrt{3k_{\mathrm{B}}T/m} \simeq 2\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ soit $\lambda_{dB} = h/(mv) = 4\cdot 10^{-8}\,\mathrm{m}$
- les fentes font $2\,\mu\mathrm{m}$ et sont distantes de $6\,\mu\mathrm{m}$
- condition de diffraction/interférences
  - la diffraction se manifeste quand les tailles ne sont pas très grandes devant λ
  - les interférences nécessitent que la différence de trajet soit de l'ordre de λ
  - ici les dimensions sont grandes mais pas trop : on peut observer diffraction et interférence

Diffraction d'onde de matière : retour sur les interférences atomiques

- l'hélium à $T \simeq 1\,\mathrm{mK}$: $v \simeq \sqrt{3k_\mathrm{B}T/m} \simeq 2\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ soit $\lambda_{dB} = h/(mv) = 4\cdot 10^{-8}\,\mathrm{m}$
- les fentes font $2\,\mathrm{\mu m}$ et sont distantes de $6\,\mathrm{\mu m}$
- condition de diffraction/interférences
  - la diffraction se manifeste quand les tailles ne sont pas très grandes devant λ
  - les interférences nécessitent que la différence de trajet soit de l'ordre de λ
  - ici les dimensions sont grandes mais pas trop : on peut observer diffraction et interférence
  - les angles sont quand même faibles : il faut observer loin ($\simeq 10\,\mathrm{cm}$) pour distinguer l'interfrange

Énergie d'une onde de de Broglie (HP)

- en mécanique classique, à 1D : $\mathcal{E}_\mathrm{c} = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$
- on peut donc relier la pulsation de l'onde de matière au vecteur d'onde

Énergie d'une onde de de Broglie (HP)

- en mécanique classique, à 1D : $\mathcal{E}_c = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$
- on peut donc relier la pulsation de l'onde de matière au vecteur d'onde

Énergie d'une onde de de Broglie

L'énergie associée à un quantum d'onde de matière de quantité de mouvement p est, pour des particules libres de masse m :

$$E = \hbar\omega = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}.$$

Énergie d'une onde de de Broglie (HP)

- en mécanique classique, à 1D : $\mathcal{E}_\mathrm{c} = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m}$
- on peut donc relier la pulsation de l'onde de matière au vecteur d'onde

Énergie d'une onde de de Broglie

L'énergie associée à un quantum d'onde de matière de quantité de mouvement p est, pour des particules libres de masse m :

$$E = \hbar\omega = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}.$$

- particule libre : sans interaction avec l'extérieur
- on n'a pas $\omega/k = cste$ comme pour les photons : la célérité d'une onde de matière dépend toujours de la longueur d'onde
- la célérité des ondes est croissante avec k

la manifestation va dépendre de λ et d'une taille caractéristique a des phénomènes observés (une fente par exemple)

- lumière en optique classique

la manifestation va dépendre de λ et d'une taille caractéristique a des phénomènes observés (une fente par exemple)

- lumière en optique classique
  - rayon lumineux pour $\lambda \ll a$

la manifestation va dépendre de λ et d'une taille caractéristique a des phénomènes observés (une fente par exemple)

- lumière en optique classique
  - rayon lumineux pour $\lambda \ll a$
  - onde lumineuse sinon

la manifestation va dépendre de λ et d'une taille caractéristique a des phénomènes observés (une fente par exemple)

- lumière en optique classique
  - rayon lumineux pour $\lambda \ll a$
  - onde lumineuse sinon
- de même pour la matière

la manifestation va dépendre de λ et d'une taille caractéristique a des phénomènes observés (une fente par exemple)

- lumière en optique classique
  - rayon lumineux pour $\lambda \ll a$
  - onde lumineuse sinon
- de même pour la matière
  - particules pour $\lambda_{dB} \ll a$ (*ie* $\hbar \to 0$)

la manifestation va dépendre de λ et d'une taille caractéristique a des phénomènes observés (une fente par exemple)

- lumière en optique classique
  - rayon lumineux pour $\lambda \ll a$
  - onde lumineuse sinon
- de même pour la matière
  - particules pour $\lambda_{dB} \ll a$ (*ie* $\hbar \to 0$)
  - onde de matière sinon

la manifestation va dépendre de λ et d'une taille caractéristique a des phénomènes observés (une fente par exemple)

- lumière en optique classique
  - rayon lumineux pour $\lambda \ll a$
  - onde lumineuse sinon
- de même pour la matière
  - particules pour $\lambda_{dB} \ll a$ (*ie* $\hbar \to 0$)
  - onde de matière sinon

la manifestation va dépendre de λ et d'une taille caractéristique a des phénomènes observés (une fente par exemple)

- lumière en optique classique
  - rayon lumineux pour $\lambda \ll a$
  - onde lumineuse sinon
- de même pour la matière
  - particules pour $\lambda_{dB} \ll a$ (*ie* $\hbar \rightarrow 0$)
  - onde de matière sinon

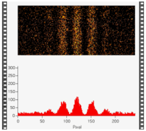
- comportement particulaire de lumière observé quand les énergies échangées sont de l'ordre de $\hbar\omega$

la manifestation va dépendre de λ et d'une taille caractéristique a des phénomènes observés (une fente par exemple)

- lumière en optique classique
  - rayon lumineux pour $\lambda \ll a$
  - onde lumineuse sinon
- de même pour la matière
  - particules pour $\lambda_{dB} \ll a$ (*ie* $\hbar \to 0$)
  - onde de matière sinon

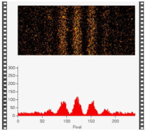
- comportement particulaire de lumière observé quand les énergies échangées sont de l'ordre de $\hbar\omega$
- flux lumineux continu sinon

Une particule vs beaucoup

expérience de photons uniques 

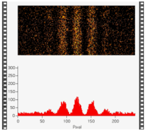
- la position du premier photon n'est pas prévisible (aléatoire)

Une particule vs beaucoup

expérience de photons uniques 

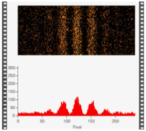
- la position du premier photon n'est pas prévisible (aléatoire)
- la position de chaque photon est aléatoire

Une particule vs beaucoup

expérience de photons uniques 

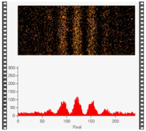
- la position du premier photon n'est pas prévisible (aléatoire)
- la position de chaque photon est aléatoire
- ☠ aléatoire ne veut pas dire qu'il peut arriver n'importe où

Une particule vs beaucoup

expérience de photons uniques 

- la position du premier photon n'est pas prévisible (aléatoire)
- la position de chaque photon est aléatoire
- ☠ aléatoire ne veut pas dire qu'il peut arriver n'importe où
- la figure d'interférence ou de diffraction est toujours la même

Une particule vs beaucoup

expérience de photons uniques 

- la position du premier photon n'est pas prévisible (aléatoire)
- la position de chaque photon est aléatoire
- ☠ aléatoire ne veut pas dire qu'il peut arriver n'importe où
- la figure d'interférence ou de diffraction est toujours la même
- chaque photon a une certaine probabilité $P(x)$ d'arriver à la position x sur l'écran (une densité de probabilité d'arriver au voisinage de x plus précisément)

Interprétation

Loi de probabilité

Le point d'impact de chaque photon obéit à une loi de probabilité que l'observation d'un grand nombre de photons permet de déterminer.

Interprétation

Loi de probabilité

Le point d'impact de chaque photon obéit à une loi de probabilité que l'observation d'un grand nombre de photons permet de déterminer.

- identique au problème de la détermination de l'incertitude statistique en renouvelant un grand nombre de mesures d'une grandeur classique

Interprétation

Loi de probabilité

Le point d'impact de chaque photon obéit à une loi de probabilité que l'observation d'un grand nombre de photons permet de déterminer.

- identique au problème de la détermination de l'incertitude statistique en renouvelant un grand nombre de mesures d'une grandeur classique
  - le résultat d'une mesure est aléatoire

Interprétation

Loi de probabilité

Le point d'impact de chaque photon obéit à une loi de probabilité que l'observation d'un grand nombre de photons permet de déterminer.

- identique au problème de la détermination de l'incertitude statistique en renouvelant un grand nombre de mesures d'une grandeur classique
  - le résultat d'une mesure est aléatoire
  - un grand nombre de mesures permet de déterminer la loi de probabilité (moyenne et écart type entre autres)

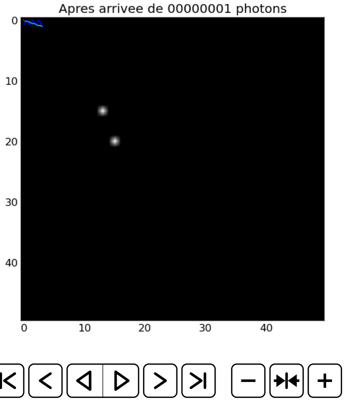
Interprétation

Loi de probabilité

Le point d'impact de chaque photon obéit à une loi de probabilité que l'observation d'un grand nombre de photons permet de déterminer.

- identique au problème de la détermination de l'incertitude statistique en renouvelant un grand nombre de mesures d'une grandeur classique
  - le résultat d'une mesure est aléatoire
  - un grand nombre de mesures permet de déterminer la loi de probabilité (moyenne et écart type entre autres)
- ici $P(x)$ dépend entre autres de la géométrie de l'obstacle et de la longueur d'onde de de Broglie

Simulation numérique



Fonction d'onde

Fonction d'onde

- expériences d'interférences : deux chemins pour arriver à un endroit peuvent conduire à une probabilité nulle en un point où elle est non nulle quand il n'y a qu'un seul chemin

Fonction d'onde

- expériences d'interférences : deux chemins pour arriver à un endroit peuvent conduire à une probabilité nulle en un point où elle est non nulle quand il n'y a qu'un seul chemin
- la probabilité d'être en un point ne contient pas toute l'information sur l'état du système

Fonction d'onde

Définition (Fonction d'onde)

La répartition spatiale d'un objet physique est décrite en physique quantique par une fonction d'onde $\Psi(M, t)$ que l'on peut évaluer en tout point M et à chaque instant t.

Fonction d'onde

Définition (Fonction d'onde)

La répartition spatiale d'un objet physique est décrite en physique quantique par une fonction d'onde $\Psi(M,t)$ que l'on peut évaluer en tout point M et à chaque instant t.

Fonction d'onde

Définition (Fonction d'onde)

La répartition spatiale d'un objet physique est décrite en physique quantique par une fonction d'onde $\Psi(M\,,t)$ que l'on peut évaluer en tout point M et à chaque instant t.

- on se limitera à des situations 1D : $\Psi(x\,,t)$

Fonction d'onde

Définition (Fonction d'onde)

La répartition spatiale d'un objet physique est décrite en physique quantique par une fonction d'onde $\Psi(M, t)$ que l'on peut évaluer en tout point M et à chaque instant t.

- on se limitera à des situations 1D : $\Psi(x, t)$
- $\Psi(x, t)$ est fondamentalement complexe mais pas essentiel pour nous : seul le fait qu'elle puisse être négative importe

Fonction d'onde

Définition (Fonction d'onde)

La répartition spatiale d'un objet physique est décrite en physique quantique par une fonction d'onde $\Psi(M\,,t)$ que l'on peut évaluer en tout point M et à chaque instant t.

- on se limitera à des situations 1D : $\Psi(x\,,t)$
- $\Psi(x\,,t)$ est fondamentalement complexe mais pas essentiel pour nous : seul le fait qu'elle puisse être négative importe
- Ψ est un cas particulier d'amplitude de probabilité : l'amplitude de probabilité de présence

Fonction d'onde

Définition (Fonction d'onde)

La répartition spatiale d'un objet physique est décrite en physique quantique par une fonction d'onde $\Psi(M,t)$ que l'on peut évaluer en tout point M et à chaque instant t.

- on se limitera à des situations 1D : $\Psi(x,t)$
- $\Psi(x,t)$ est fondamentalement complexe mais pas essentiel pour nous : seul le fait qu'elle puisse être négative importe
- Ψ est un cas particulier d'amplitude de probabilité : l'amplitude de probabilité de présence
- on peut aussi avoir des amplitudes de probabilité de quantité de mouvement, d'état de spin...

Lien avec la probabilité de présence

Probabilité de présence

La probabilité $P(M,t)$ qu'une mesure de position d'un objet de fonction d'onde $\Psi(M,t)$ donne, à l'instant t la position M est proportionnelle au module au carré de $\Psi(M,t)$: $P(M,t) \propto |\Psi(M,t)|^2$

Lien avec la probabilité de présence

Probabilité de présence

La probabilité $P(M,t)$ qu'une mesure de position d'un objet de fonction d'onde $\Psi(M,t)$ donne, à l'instant t la position M est proportionnelle au module au carré de $\Psi(M,t)$: $P(M,t) \propto |\Psi(M,t)|^2$

- facteur de proportionnalité de normalisation car $|\Psi|^2$ est une densité de probabilité, homogène à $1/\mathrm{m}^2$ (à 1D)

Lien avec la probabilité de présence

Probabilité de présence

La probabilité $P(M,t)$ qu'une mesure de position d'un objet de fonction d'onde $\Psi(M,t)$ donne, à l'instant t la position M est proportionnelle au module au carré de $\Psi(M,t)$: $P(M,t) \propto |\Psi(M,t)|^2$

- facteur de proportionnalité de normalisation car $|\Psi|^2$ est une densité de probabilité, homogène à $1/\mathrm{m}^2$ (à 1D)
- aucune importance car seules les variations avec x importent

Cas des fentes d'Young

- les fentes sont très longues selon y donc le problème est indépendant de y : 1D selon x

Cas des fentes d'Young

- les fentes sont très longues selon y donc le problème est indépendant de y : 1D selon x
- flux de particules indépendant de t

Cas des fentes d'Young

- les fentes sont très longues selon y donc le problème est indépendant de y : 1D selon x
- flux de particules indépendant de t
- finalement l'amplitude de probabilité ne dépend que de x : on a $\Psi(x)$

Interférences

- fente 2 fermée : on note $\Psi_1(x)$ l'amplitude de probabilité sur l'écran correspondante

Interférences

- fente 2 fermée : on note $\Psi_1(x)$ l'amplitude de probabilité sur l'écran correspondante
- fente 1 fermée : $\Psi_2(x)$ sur l'écran

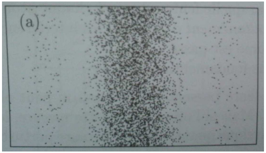
Interférences

- fente 2 fermée : on note $\Psi_1(x)$ l'amplitude de probabilité sur l'écran correspondante
- fente 1 fermée : $\Psi_2(x)$ sur l'écran
- les deux ouvertes : $\Psi(x) \propto \Psi_1(x) + \Psi_2(x)$

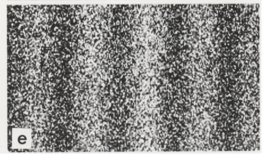
Interférences

- fente 2 fermée : on note $\Psi_1(x)$ l'amplitude de probabilité sur l'écran correspondante
- fente 1 fermée : $\Psi_2(x)$ sur l'écran
- les deux ouvertes : $\Psi(x) \propto \Psi_1(x) + \Psi_2(x)$
- la probabilité de détecter une particule en x est donc proportionnelle à : $|\Psi_1(x) + \Psi_2(x)|^2 = |\Psi_1(x)|^2 + |\Psi_2(x)|^2 + 2\,\mathrm{Re}\left(\overline{\Psi_1}(x)\Psi_2(x)\right)$ différente de la somme des probabilités : terme d'interférences

Photos



une fente découverte



deux fentes découvertes

Intervention de λ_{dB}

- interférences classiques : amplitudes en $\cos(\omega t - kr)$ pour chaque amplitude (en phase à $t = 0$ sur les fentes pour alléger)

Intervention de λ_{dB}

- interférences classiques : amplitudes en $\cos(\omega t - kr)$ pour chaque amplitude (en phase à $t = 0$ sur les fentes pour alléger)
  - interférences constructives pour $kr_1 = kr_2 \mod 2\pi$

Intervention de λ_{dB}

- interférences classiques : amplitudes en $\cos(\omega t - kr)$ pour chaque amplitude (en phase à $t = 0$ sur les fentes pour alléger)
  - interférences constructives pour $kr_1 = kr_2 \mod 2\pi$
  - destructives pour $kr_1 = kr_2 + \pi \mod 2\pi$

Intervention de λ_{dB}

- interférences classiques : amplitudes en $\cos(\omega t - kr)$ pour chaque amplitude (en phase à $t = 0$ sur les fentes pour alléger)
  - interférences constructives pour $kr_1 = kr_2 \mod 2\pi$
  - destructives pour $kr_1 = kr_2 + \pi \mod 2\pi$
- interférences quantiques : amplitudes en $e^{i(\omega t - kr)}$

Intervention de λ_{dB}

- interférences classiques : amplitudes en $\cos(\omega t - kr)$ pour chaque amplitude (en phase à $t = 0$ sur les fentes pour alléger)
  - interférences constructives pour $kr_1 = kr_2 \mod 2\pi$
  - destructives pour $kr_1 = kr_2 + \pi \mod 2\pi$
- interférences quantiques : amplitudes en $e^{i(\omega t - kr)}$
- les conditions d'interférences constructives ou destructives sont les mêmes

Intervention de λ_{dB}

- interférences classiques : amplitudes en $\cos(\omega t - kr)$ pour chaque amplitude (en phase à $t = 0$ sur les fentes pour alléger)
  - interférences constructives pour $kr_1 = kr_2 \mod 2\pi$
  - destructives pour $kr_1 = kr_2 + \pi \mod 2\pi$
- interférences quantiques : amplitudes en $e^{i(\omega t - kr)}$
- les conditions d'interférences constructives ou destructives sont les mêmes
- on n'aura pas besoin d'utiliser explicitement l'expression complexe

Généralisation

on admet que pour toute amplitude de probabilité :

Généralisation

on admet que pour toute amplitude de probabilité :

Interférences entre amplitudes de probabilité

On considère un objet pouvant emprunter, classiquement, plusieurs chemins $\{i = 1 \,.\, .N\}$ pour parvenir à un état final. On détermine, pour chaque chemin, les amplitudes de probabilité de parvenir à l'état quand seul ce chemin est possible.
L'amplitude de probabilité de parvenir à l'état final donné :

- quand tous les chemins sont possibles,
- et qu'on ne réalise pas de mesure du chemin suivi au cours de l'évolution,

est proportionnelle à la somme des amplitudes individuelles.

Généralisation

- pour $N = 2$ et des fonctions d'ondes : $\Psi \propto \Psi_1 + \Psi_2$ et la probabilité $P \propto |\Psi_1 + \Psi_2|^2$
- on somme les amplitudes, pas les densités de probabilité
- ☠ à l'issue d'une mesure du chemin suivi (détection dans une des fentes), la fonction d'onde est celle correspondant à un passage par la fente détectée et plus celle correspondant à un passage par les deux

Exemple de calcul

- on considère deux sources fixes distantes de $2a$ observées à une distance D, on note M le point d'observation variable

Exemple de calcul

- on considère deux sources fixes distantes de $2a$ observées à une distance D, on note M le point d'observation variable
- on a $r_{1,2} = \|\overrightarrow{S_{1,2}M}\|$

Exemple de calcul

- on considère deux sources fixes distantes de $2a$ observées à une distance D, on note M le point d'observation variable
- on a $r_{1,2} = \|\overrightarrow{S_{1,2}M}\|$
- on exprime

$$\Delta\varphi \equiv kr_2 - k_{r1} = k\frac{(r_2 - r_1)^2}{r_1 + r_2} \rightarrow \quad (r_2 - _1)^2 = \left(\overrightarrow{S_1M} + \overrightarrow{S_2M}\right)\cdot\left(\overrightarrow{S_2M} - \overrightarrow{S_1M}\right.$$

Exemple de calcul

- on considère deux sources fixes distantes de $2a$ observées à une distance D, on note M le point d'observation variable
- on a $r_{1,2} = \|\overrightarrow{S_{1,2}M}\|$
- on exprime

$$\Delta\varphi \equiv kr_2 - k_{r1} = k\frac{(r_2 - r_1)^2}{r_1 + r_2} \rightarrow \quad (r_2 - {}_1)^2 = \left(\overrightarrow{S_1M} + \overrightarrow{S_2M}\right) \cdot \left(\overrightarrow{S_2M} - \overrightarrow{S_1M}\right.$$

- pour un angle $\widehat{(\vec{r_2};\vec{r_1})}$ faible, (*ie* $D \gg a\,, x$) : $r_1 \simeq r_2 = D$ et $\Delta\varphi \simeq 2kax/D = 4\pi ax/(D\lambda_{dB})$: l'interfrange est $i = \lambda_{dB}D/(2a)$

Exemple de calcul

- on considère deux sources fixes distantes de $2a$ observées à une distance D, on note M le point d'observation variable
- on a $r_{1,2} = \|\overrightarrow{S_{1,2}M}\|$
- on exprime

$$\Delta\varphi \equiv kr_2 - k_{r1} = k\frac{(r_2 - r_1)^2}{r_1 + r_2} \rightarrow \quad (r_2 - _1)^2 = \left(\overrightarrow{S_1M} + \overrightarrow{S_2M}\right)\cdot\left(\overrightarrow{S_2M} - \overrightarrow{S_1M}\right.$$

- pour un angle $(\widehat{\vec{r_2};\vec{r_1}})$ faible, (*ie* $D \gg a\,, x$) : $r_1 \simeq r_2 = D$ et $\Delta\varphi \simeq 2kax/D = 4\pi ax/(D\lambda_{dB})$: l'interfrange est $i = \lambda_{dB}D/(2a)$
- avec $\lambda_{dB} \simeq 4 \cdot 10^{-8}$ m, $2a = 6$ µm, $D \simeq 10$ cm : $i \simeq 6{,}7 \cdot 10^{-4}$ m

Modèle du confinement unidimensionnel

- objet physique (particule/photon) contraint à demeurer dans un segment $x \in [0\,,\ell]$

Modèle du confinement unidimensionnel

- objet physique (particule/photon) contraint à demeurer dans un segment $x \in [0\,,\ell]$
- complètement libre selon $y\,,z$, ou confiné dans $\ell_y\,,\ell_z \gg \ell$

Modèle du confinement unidimensionnel

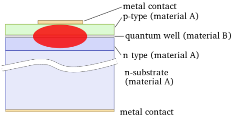
- objet physique (particule/photon) contraint à demeurer dans un segment $x \in [0\,,\ell]$
- complètement libre selon $y\,,z$, ou confiné dans $\ell_y\,,\ell_z \gg \ell$
- pour la lumière : cavité optique avec des miroirs en $x = 0$ et $x = \ell$

Modèle du confinement unidimensionnel

- objet physique (particule/photon) contraint à demeurer dans un segment $x \in [0\,,\ell]$
- complètement libre selon $y\,,z$, ou confiné dans $\ell_y\,,\ell_z \gg \ell$
- pour la lumière : cavité optique avec des miroirs en $x = 0$ et $x = \ell$
- pour une particule : subit une interaction répulsive infiniment forte en $x = 0$ et $x = \ell$ l'empêchant de sortir, ne subit rien pour $x \in]0\,;\ell[$

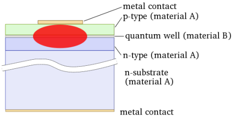
Exemples

modèle limite de vrais systèmes :

- hétérostructure quantique (puits pour des électrons dans semi-conducteurs) : couche de $GaAs$ dans du $AlAs$, taille de l'ordre du nm 

Exemples

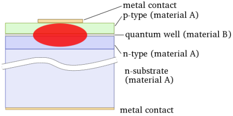
modèle limite de vrais systèmes :

- hétérostructure quantique (puits pour des électrons dans semi-conducteurs) : couche de $GaAs$ dans du $AlAs$, taille de l'ordre du nm 

- piège optique pour atomes froids, taille de l'ordre de la longueur d'onde lumineuse, $\simeq$ µm

Exemples

modèle limite de vrais systèmes :

- hétérostructure quantique (puits pour des électrons dans semi-conducteurs) : couche de $GaAs$ dans du $AlAs$, taille de l'ordre du nm 

- piège optique pour atomes froids, taille de l'ordre de la longueur d'onde lumineuse, $\simeq$ µm
- électron dans un atome (pas 1D mais c'est principalement la distance au centre qui compte, interaction attractive avec le centre), pas de distance naturelle ici car la force diminue avec la distance au centre

Analogie avec une corde fixée aux deux extrémités

- objet dont la fonction d'ondes est un paquet d'ondes assez localisé

Analogie avec une corde fixée aux deux extrémités

- objet dont la fonction d'ondes est un paquet d'ondes assez localisé
- allers et retours dans la cavité

Analogie avec une corde fixée aux deux extrémités

- objet dont la fonction d'ondes est un paquet d'ondes assez localisé
- allers et retours dans la cavité
- interférences entre les ondes réfléchies si la taille du paquet n'est pas très petite devant ℓ

Analogie avec une corde fixée aux deux extrémités

- objet dont la fonction d'ondes est un paquet d'ondes assez localisé
- allers et retours dans la cavité
- interférences entre les ondes réfléchies si la taille du paquet n'est pas très petite devant ℓ
- fonction d'onde nulle à l'extérieur : nulle aussi en $x = 0$ et $x = \ell$ par continuité

Analogie avec une corde fixée aux deux extrémités

- objet dont la fonction d'ondes est un paquet d'ondes assez localisé
- allers et retours dans la cavité
- interférences entre les ondes réfléchies si la taille du paquet n'est pas très petite devant ℓ
- fonction d'onde nulle à l'extérieur : nulle aussi en $x = 0$ et $x = \ell$ par continuité
- même principe qu'une onde de déformation sur une corde de longueur ℓ : on cherchera ici des états stationnaires pour lesquels la densité de probabilité en x est indépendante de t

Rappels modes propres d'une corde

modes discrets avec $n \in \mathbb{N}^\star$

$$y(x,t) = A_n \sin\left(\omega_n t + \varphi_n\right) \sin\left(\frac{n\pi x}{\ell}\right)$$

avec, pour une célérité c :

$$\lambda = \frac{2\ell}{n} \quad \omega_n = \frac{n\pi c}{\ell}$$

Fonctions d'ondes associées aux états stationnaires

Définition (État stationnaire)

Un objet physique est dans un état quantique stationnaire si ses densités de probabilité sont indépendantes du temps. Dans le cas de la probabilité de présence, ceci correspond à une fonction d'onde $\Psi(x)$ telle que $|\Psi(x)|^2$ est indépendant du temps.

Fonctions d'ondes associées aux états stationnaires

Définition (État stationnaire)

Un objet physique est dans un état quantique stationnaire si ses densités de probabilité sont indépendantes du temps. Dans le cas de la probabilité de présence, ceci correspond à une fonction d'onde $\Psi(x)$ telle que $|\Psi(x)|^2$ est indépendant du temps.

☠ pour une corde, c'est l'amplitude de l'oscillation en x qui est indépendante de t.

on admet :

Fonctions d'ondes associées aux états stationnaires

☠ pour une corde, c'est l'amplitude de l'oscillation en x qui est indépendante de t.
on admet :

Modes propres d'un objet confiné 1D

Les modes propres d'un objet confiné unidimensionnellement sur un segment $[0\,;\ell]$ sont discrets, quantifiés par $n \in \mathbb{N}^{\star}$. Les variations spatiales de la fonction d'onde associée à l'état n sont décrites par :

$$\Psi_n(x) \propto \sin\left(\frac{n\pi x}{\ell}\right).$$

Fonctions d'ondes associées aux états stationnaires

Modes propres d'un objet confiné 1D

Les modes propres d'un objet confiné unidimensionnellement sur un segment $[0\,;\ell]$ sont discrets, quantifiés par $n \in \mathbb{N}^{\star}$. Les variations spatiales de la fonction d'onde associée à l'état n sont décrites par :

$$\Psi_n(x) \propto \sin\left(\frac{n\pi x}{\ell}\right).$$

Fonctions d'ondes associées aux états stationnaires

Modes propres d'un objet confiné 1D

Les modes propres d'un objet confiné unidimensionnellement sur un segment $[0\,;\ell]$ sont discrets, quantifiés par $n \in \mathbb{N}^{\star}$. Les variations spatiales de la fonction d'onde associée à l'état n sont décrites par :

$$\Psi_n(x) \propto \sin\left(\frac{n\pi x}{\ell}\right).$$

- on verra plus tard la forme complète, pas au programme

Fonctions d'ondes associées aux états stationnaires

Modes propres d'un objet confiné 1D

Les modes propres d'un objet confiné unidimensionnellement sur un segment $[0\,;\ell]$ sont discrets, quantifiés par $n \in \mathbb{N}^\star$. Les variations spatiales de la fonction d'onde associée à l'état n sont décrites par :

$$\Psi_n(x) \propto \sin\left(\frac{n\pi x}{\ell}\right).$$

- on verra plus tard la forme complète, pas au programme
- c'est plus qu'une analogie, c'est la solution de l'équation de Schrödinger

Fonctions d'ondes associées aux états stationnaires

Modes propres d'un objet confiné 1D

Les modes propres d'un objet confiné unidimensionnellement sur un segment $[0\,;\ell]$ sont discrets, quantifiés par $n \in \mathbb{N}^\star$. Les variations spatiales de la fonction d'onde associée à l'état n sont décrites par :

$$\Psi_n(x) \propto \sin\left(\frac{n\pi x}{\ell}\right).$$

- on verra plus tard la forme complète, pas au programme
- c'est plus qu'une analogie, c'est la solution de l'équation de Schrödinger
- n doit être non nul non nul car il y a une particule : la probabilité de présence ne peut pas être partout nulle

Fonctions d'ondes associées aux états stationnaires

Modes propres d'un objet confiné 1D

Les modes propres d'un objet confiné unidimensionnellement sur un segment $[0\,;\ell]$ sont discrets, quantifiés par $n \in \mathbb{N}^{\star}$. Les variations spatiales de la fonction d'onde associée à l'état n sont décrites par :

$$\Psi_n(x) \propto \sin\left(\frac{n\pi x}{\ell}\right).$$

- on verra plus tard la forme complète, pas au programme
- c'est plus qu'une analogie, c'est la solution de l'équation de Schrödinger
- n doit être non nul non nul car il y a une particule : la probabilité de présence ne peut pas être partout nulle
- différence avec la corde : pas d'oscillation (passant par 0) de Ψ en fonction du temps

Modes propres d'une cavité optique

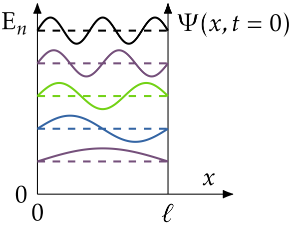
on a toujours $\omega_n/k_n = c$ pour les photons

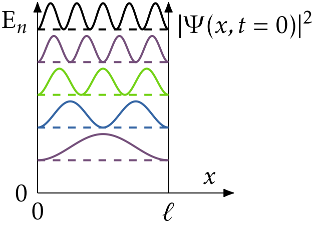
Énergies des modes propres de la lumière dans une cavité

L'énergie du mode propre d'ordre n est :

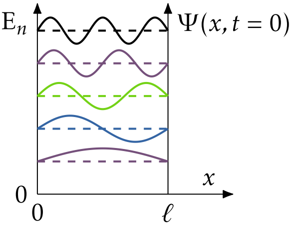
$$E_n = \hbar\omega_n = \frac{nhc}{2\ell}$$

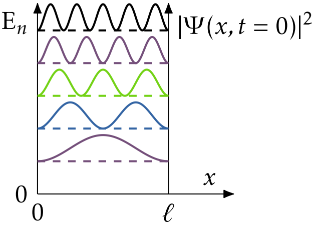
Modes propres d'une cavité optique





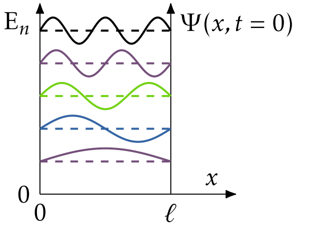
Modes propres d'une cavité optique

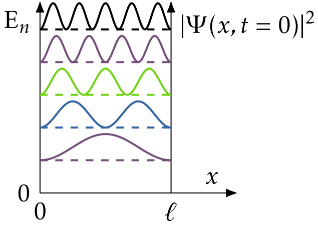




- linéairement croissant avec n : l'intervalle entre deux modes est indépendant de n

Modes propres d'une cavité optique





- linéairement croissant avec n : l'intervalle entre deux modes est indépendant de n
- l'énergie est d'autant plus grande que le photon est confiné dans ℓ petit

Conséquence de λ_{dB}

- pas de force subie dans la cavité : l'énergie est seulement cinétique (pas d'énergie potentielle)

Conséquence de λ_{dB}

- pas de force subie dans la cavité : l'énergie est seulement cinétique (pas d'énergie potentielle)
- $E = \frac{p^2}{2m}$

Conséquence de λ_{dB}

- pas de force subie dans la cavité : l'énergie est seulement cinétique (pas d'énergie potentielle)
- $E = \frac{p^2}{2m}$
- $p = \hbar k$

Conséquence de λ_{dB}

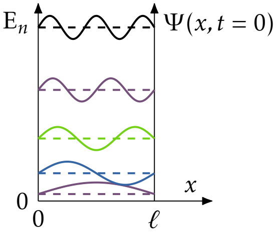
- pas de force subie dans la cavité : l'énergie est seulement cinétique (pas d'énergie potentielle)
- $E = \frac{p^2}{2m}$
- $p = \hbar k$

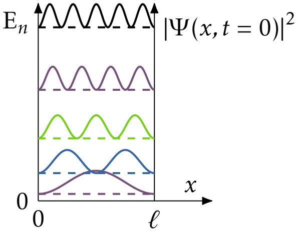
Énergies des modes propres d'une particule dans une cavité

L'énergie du mode propre d'ordre n est :

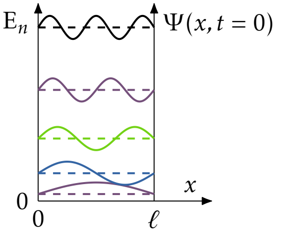
$$E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} = \frac{n^2 h^2}{8m\ell^2}$$

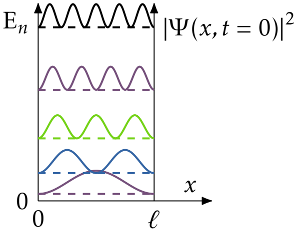
Conséquence de λ_{dB}





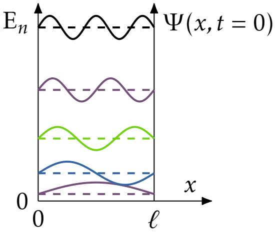
Conséquence de λ_{dB}

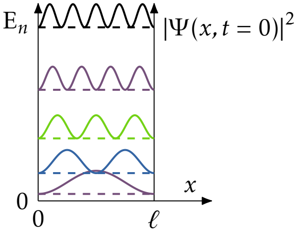




- ici aussi E_n croît quand ℓ décroît

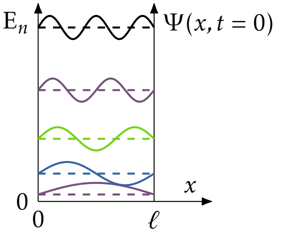
Conséquence de λ_{dB}

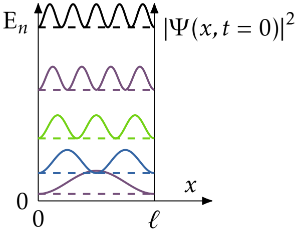




- ici aussi E_n croît quand ℓ décroît
- elle croît ici quadratiquement avec n

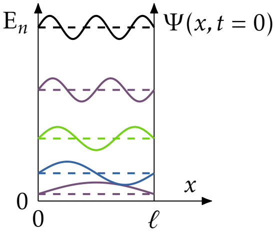
Conséquence de λ_{dB}

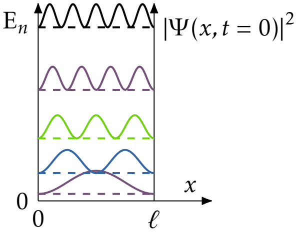




- ici aussi E_n croît quand ℓ décroît
- elle croît ici quadratiquement avec n
- ☠ l'énergie du niveau $n = 1$ n'est pas nulle : la particule ne peut pas être complètement « immobile »

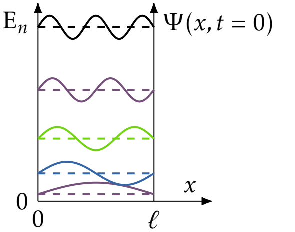
Conséquence de λ_{dB}

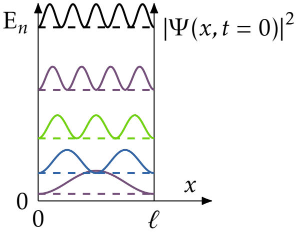




- ici aussi E_n croît quand ℓ décroît
- elle croît ici quadratiquement avec n
- ☠ l'énergie du niveau $n = 1$ n'est pas nulle : la particule ne peut pas être complètement « immobile »
- pour une corde de Melde, l'énergie d'une oscillation dans un mode particulier est d'autant plus grande que l'amplitude est importante

Conséquence de λ_{dB}





- ici aussi E_n croît quand ℓ décroît
- elle croît ici quadratiquement avec n
- ☠ l'énergie du niveau $n = 1$ n'est pas nulle : la particule ne peut pas être complètement « immobile »
- pour une corde de Melde, l'énergie d'une oscillation dans un mode particulier est d'autant plus grande que l'amplitude est importante
- cela correspond ici à avoir plusieurs particules dans le même mode

Remarque sur la quantité de mouvement

- l'état est stationnaire : la quantité de mouvement totale est nulle

Remarque sur la quantité de mouvement

- l'état est stationnaire : la quantité de mouvement totale est nulle
- on a cependant $p^2/(2m)$ totale non nulle car la moyenne spatiale de p^2, $< p^2 >$, peut être différente du carré de la moyenne spatiale $< p >^2$

Remarque sur la quantité de mouvement

- l'état est stationnaire : la quantité de mouvement totale est nulle
- on a cependant $p^2/(2m)$ totale non nulle car la moyenne spatiale de p^2, $< p^2 >$, peut être différente du carré de la moyenne spatiale $< p >^2$
- un état stationnaire de longueur d'onde λ est en fait une superposition d'un état de qdm $+(h/\lambda)\vec{e_x}$ et d'un état de qdm $-(h/\lambda)\vec{e_x}$, tous deux d'énergie cinétique non nulle

Confinement quelconque

on admet que pour une particule dans un état lié quelconque (empêchée de partir à l'infini)

Propriétés générales des modes d'une particule confinée

- les modes propres sont quantifiés
- l'énergie minimale est non nulle : le mode correspondant est nommé fondamental
- le mode fondamental ne possède pas de nœud en dehors des parois de la cavité
- chaque nouveau mode possède un nœud supplémentaire

- modes des photons dans la cavité d'un laser (1D)
- modes de l'électron dans un atome d'hydrogène (3D)
- atomes froids piégés par un faisceau laser/champs magnétiques (1 ou 2 ou 3D)

Indispensable

- relations de Planck Einstein
- relation de de Broglie
- limites classiques
- amplitude de probabilité et (densité de) probabilité
- longueurs d'ondes et énergies d'une particule confinée