Introduction au monde quantique

Mécanique classique du point

Définition : Quantité de mouvement
La quantité de mouvement, notée $\vec{p}$ d'un objet de masse m et de vecteur vitesse $\vec{v}$ est le produit :

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

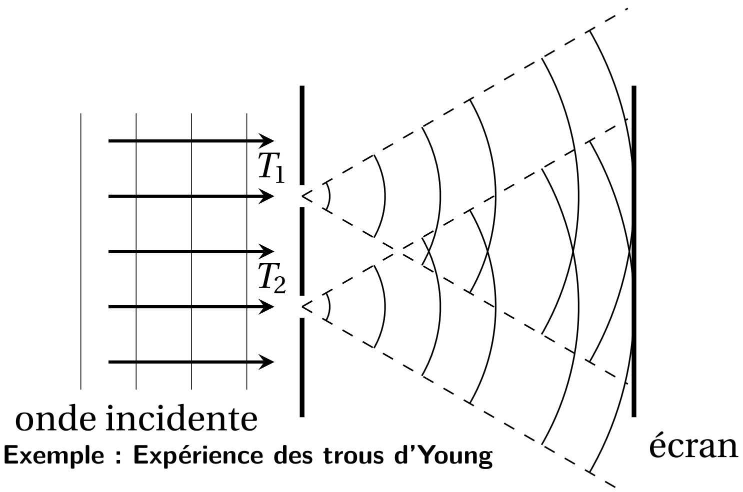
Ondes en mécanique classique

Définition : Vecteur d'onde
On définit le vecteur d'onde, noté k associé à une onde monochromatique de longueur d'onde λ par :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

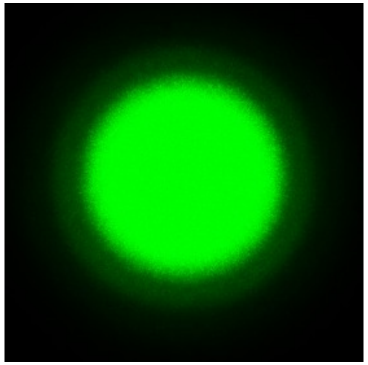
La phase de l'excitation s'écrit alors $\omega t - kx$.

Interactions entre ondes : interférences

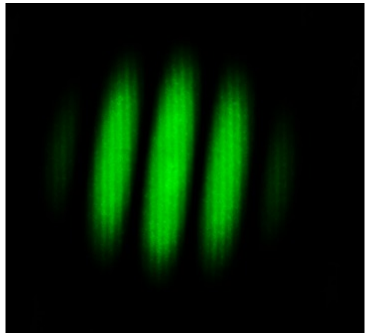


Exemple : Expérience des trous d'Young

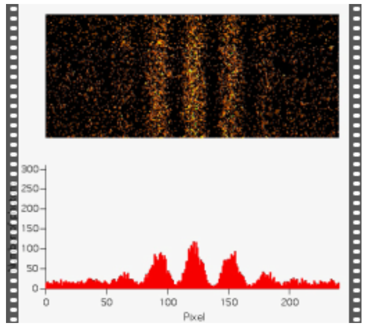
Un trou découvert



Deux trous découverts



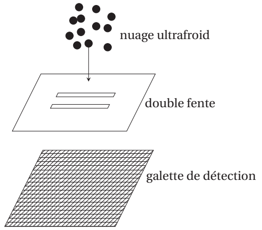
« Impacts » de lumière

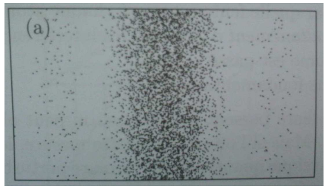


Interprétation

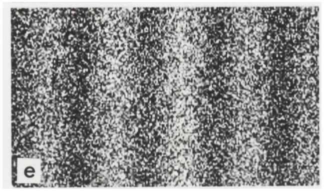
Photon
Les échanges d'énergie entre matière et rayonnement se font par quantités discrètes. On nomme ***photon*** le quantum d'énergie d'un rayonnement électromagnétique.

Fentes d'Young avec des atomes





une fente découverte



deux fentes découvertes

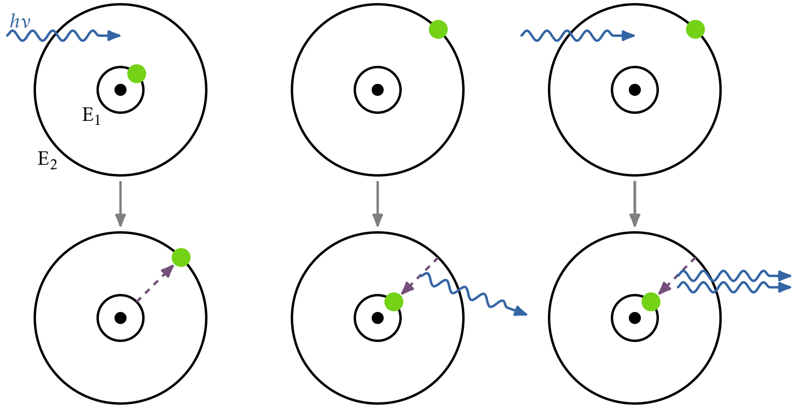
Énergie du photon

> **Définition : Première relation de Planck-Einstein**
> L'énergie d'un photon associé à une onde monochromatique de fréquence ν (de pulsation ω) est :
> $$E = h\nu = \hbar\omega$$
> avec $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s}$ la constante de Planck et $\hbar = h/(2\pi) = 1{,}05 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s}$ la constante de Planck ***réduite***.

Quantité du mouvement du photon

> **Définition : Deuxième relation de Planck-Einstein**
> La quantité de mouvement d'un photon associé à une onde plane monochromatique de fréquence ν et se propageant dans la direction $\vec{e_x}$
> $$\vec{p} = \frac{h}{\lambda}\vec{e_x} = \frac{h\nu}{c}\vec{e_x} = \hbar\vec{k} \qquad \text{avec: } \vec{k} \equiv \vec{e_x} = k\vec{e_x} \quad \text{et: } k \equiv \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Interactions atome - rayonnement : 3 processus



Longueur d'onde associée à une particule

> **Définition : Longueur d'onde de de Broglie**
> On associe à un objet matériel de masse m et de vitesse de norme v la longueur d'onde dite ***de de Broglie*** λ_{dB} telle que :
> $$\lambda_{dB} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}.$$

Énergie d'une onde de de Broglie (HP)

> **Énergie d'une onde de de Broglie**
> L'énergie associée à un quantum d'onde de matière de quantité de mouvement p est, pour des particules libres de masse m :
> $$E = \hbar\omega = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}.$$

Interprétation

Loi de probabilité
Le point d'impact de chaque photon obéit à une loi de probabilité que l'observation d'un grand nombre de photons permet de déterminer.

Fonction d'onde

Définition : Fonction d'onde
La répartition spatiale d'un objet physique est décrite en physique quantique par une ***fonction d'onde*** $\Psi(\mathrm{M}, t)$ que l'on peut évaluer en tout point M et à chaque instant t.

Lien avec la probabilité de présence

Probabilité de présence
La probabilité $\mathrm{P}(\mathrm{M}, t)$ qu'une mesure de position d'un objet de fonction d'onde $\Psi(\mathrm{M}, t)$ donne, à l'instant t la position M est proportionnelle au module au carré de $\Psi(\mathrm{M}, t)$: $\mathrm{P}(\mathrm{M}, t) \propto |\Psi(\mathrm{M}, t)|^2$

Généralisation

Interférences entre amplitudes de probabilité
On considère un objet pouvant emprunter, classiquement, plusieurs chemins $\{i = 1..\mathrm{N}\}$ pour parvenir à un état final. On détermine, pour chaque chemin, les amplitudes de probabilité de parvenir à l'état quand seul ce chemin est possible.

L'amplitude de probabilité de parvenir à l'état final donné :

- quand tous les chemins sont possibles,
- et qu'on ne réalise pas de mesure du chemin suivi au cours de l'évolution,

est proportionnelle à la somme des amplitudes individuelles.

Fonctions d'ondes associées aux états stationnaires

Définition : État stationnaire
Un objet physique est dans un ***état quantique stationnaire*** si ses densités de probabilité sont ***indépendantes du temps***. Dans le cas de la probabilité de présence, ceci correspond à une fonction d'onde $\Psi(x)$ telle que $|\Psi(x)|^2$ ***est indépendant du temps***.

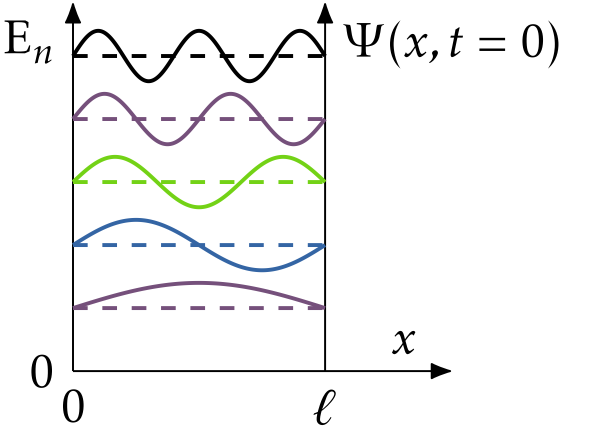
Modes propres d'un objet confiné 1D
Les modes propres d'un objet confiné unidimensionnellement sur un segment $[0;\ell]$ sont ***discrets, quantifiés par*** $n \in \mathbb{N}^\star$. Les variations spatiales de la fonction d'onde associée à l'état n sont décrites par :

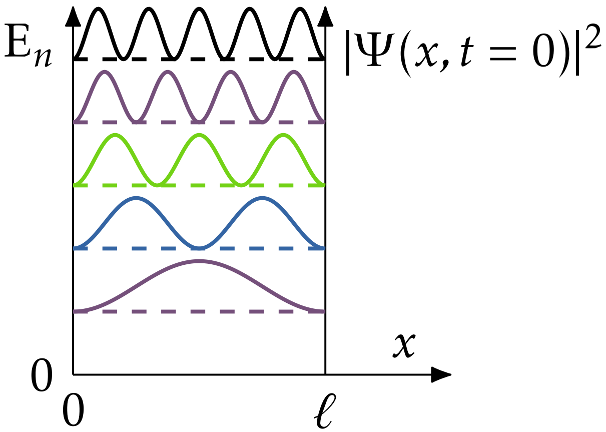
$$\Psi_n(x) \propto \sin\left(\frac{n\pi x}{\ell}\right).$$

Modes propres d'une cavité optique

Énergies des modes propres de la lumière dans une cavité
L'énergie du mode propre d'ordre n est :

$$\mathrm{E}_n = \hbar\omega_n = \frac{nhc}{2\ell}$$

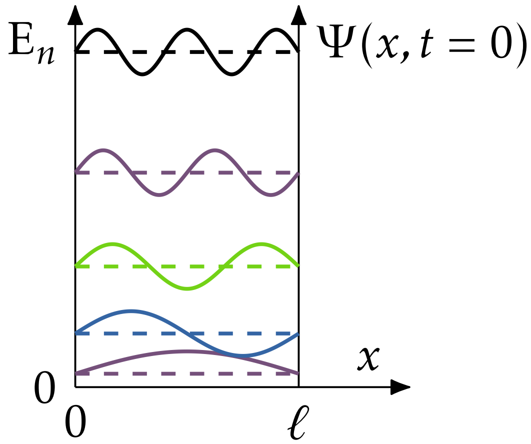


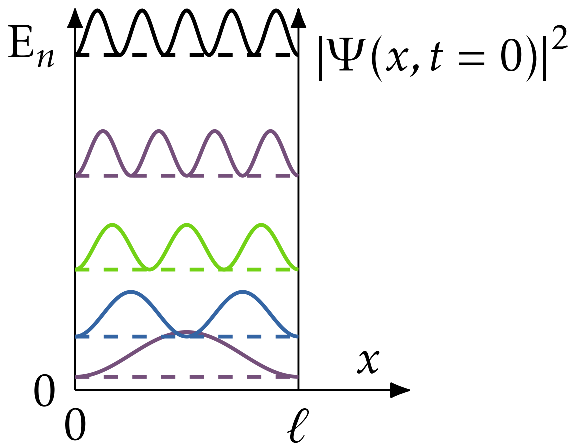


Conséquence de λ_{dB}

Énergies des modes propres d'une particule dans une cavité
L'énergie du mode propre d'ordre n est :

$$E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} = \frac{n^2 h^2}{8 m \ell^2}$$





Confinement quelconque

on admet que pour une particule dans un ***état lié*** quelconque (empêchée de partir à l'infini)

Propriétés générales des modes d'une particule confinée

- les modes propres sont quantifiés
- l'énergie minimale est non nulle : le mode correspondant est nommé ***fondamental***
- le mode fondamental ne possède pas de nœud en dehors des parois de la cavité
- chaque nouveau mode possède un nœud supplémentaire

Indispensable

Indispensable

- relations de Planck Einstein
- relation de de Broglie
- limites classiques
- amplitude de probabilité et (densité de) probabilité
- longueurs d'ondes et énergies d'une particule confinée