Propagation d’un signal

Julien Cubizolles

Lycée Louis le Grand

lundi 9 septembre 2019

Propagation d'un signal

Julien Cubizolles

Lycée Louis le Grand

lundi 9 septembre 2019

1. Signaux

2. Ondes progressives unidimensionnelles

3. Interférences

4. Ondes stationnaires mécaniques

5. Diffraction à l'infini

- différents phénomènes physiques peuvent servir de support à un signal

- différents phénomènes physiques peuvent servir de support à un signal
- ils diffèrent par :

- différents phénomènes physiques peuvent servir de support à un signal
- ils diffèrent par :
  - le milieu de propagation

- différents phénomènes physiques peuvent servir de support à un signal
- ils diffèrent par :
  - le milieu de propagation
  - la gamme de fréquences pertinentes

- différents phénomènes physiques peuvent servir de support à un signal
- ils diffèrent par :
  - le milieu de propagation
  - la gamme de fréquences pertinentes

- différents phénomènes physiques peuvent servir de support à un signal
- ils diffèrent par :
  - le milieu de propagation
  - la gamme de fréquences pertinentes

Définition (Signal)

Un signal est la variation temporelle et/ou spatiale d'une ou de plusieurs grandeurs physiques.

Signaux acoustiques

Qu'est-ce que le son ?

Signaux acoustiques

Définition (Signal acoustique)

Un signal acoustique correspond à la variation conjointe de la pression et de la vitesse des constituants du milieu

Signaux acoustiques

Définition (Signal acoustique)

Un signal acoustique correspond à la variation conjointe de la pression et de la vitesse des constituants du milieu

Signaux acoustiques

Définition (Signal acoustique)

Un signal acoustique correspond à la variation conjointe de la pression et de la vitesse des constituants du milieu

- propagation dans un milieu matériel : air, liquide, solide

Signaux acoustiques

Définition (Signal acoustique)

Un signal acoustique correspond à la variation conjointe de la pression et de la vitesse des constituants du milieu

- propagation dans un milieu matériel : air, liquide, solide
- faible vitesse d'ensemble aux molécules (quelques $\mu m \cdot s^{-1}$), s'ajoutant à leur vitesse d'agitation thermique désordonnée (centaines de $m \cdot s^{-1}$ dans l'air)

Signaux acoustiques

Définition (Signal acoustique)

Un signal acoustique correspond à la variation conjointe de la pression et de la vitesse des constituants du milieu

- propagation dans un milieu matériel : air, liquide, solide
- faible vitesse d'ensemble aux molécules (quelques $\mu\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$), s'ajoutant à leur vitesse d'agitation thermique désordonnée (centaines de $\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ dans l'air)
- faible surpression ($2\cdot10^{-5}$ Pa) s'ajoutant à la pression ambiante (1 bar $= 1\cdot10^{5}$ Pa)

Signaux électromagnétiques

Qu'est-ce qu'un signal radio/télé/téléphone mobile ?

Définition (Signal électromagnétique)

Un signal électromagnétique correspond à la variation conjointe des champs électrique et magnétique.

Signaux électromagnétiques

Qu'est-ce qu'un signal radio/télé/téléphone mobile ?

Définition (Signal électromagnétique)

Un signal électromagnétique correspond à la variation conjointe des champs électrique et magnétique.

- peut se propager dans le vide, contrairement aux ondes acoustiques
- recouvrent également la lumière, les rayons X, γ, les micro-ondes

Signaux électriques

Qu'est-ce qu'un signal ADSL, téléphone filaire ?

Signaux électriques

Qu'est-ce qu'un signal ADSL, téléphone filaire ?

Définition (Signal électrique)

Un signal électrique correspond à la variation conjointe de la tension et de l'intensité du courant dans un circuit

Signaux électriques

Qu'est-ce qu'un signal ADSL, téléphone filaire ?

Définition (Signal électrique)

Un signal électrique correspond à la variation conjointe de la tension et de l'intensité du courant dans un circuit

- se propage dans un milieu conducteur électrique

Signaux électriques

Qu'est-ce qu'un signal ADSL, téléphone filaire ?

Définition (Signal électrique)

Un signal électrique correspond à la variation conjointe de la tension et de l'intensité du courant dans un circuit

- se propage dans un milieu conducteur électrique
- cas particulier d'ondes électromagnétiques

Ordres de grandeur

Ordres de grandeur de fréquences très différents

Ordres de grandeur

mécanique	sismique	1 Hz $\longrightarrow$ 100 Hz	
	gravitationnelle	10 Hz $\longrightarrow$ 400 Hz	LIGO2015
	acoustique (audible)	20 Hz $\longrightarrow$ 20 kHz	
électromagnétique	hertzien	$1 \cdot 10^{4}$ Hz $\longrightarrow$ $1 \cdot 10^{11}$ Hz	antennes télécom, μ-ondes
	infrarouge	$1 \cdot 10^{12}$ Hz $\longrightarrow$ $1 \cdot 10^{13}$ Hz	chauffage, laser, observation nocture
	visible	$1 \cdot 10^{14}$ Hz	
	ultraviolet	$1 \cdot 10^{15}$ Hz $\longrightarrow$ $1 \cdot 10^{17}$ Hz	analyse chimique
	X	$1 \cdot 10^{17}$ Hz $\longrightarrow$ $1 \cdot 10^{21}$ Hz	radiothérapie, imagerie médicale et industrielle
	γ	$1 \cdot 10^{21}$ Hz $\longrightarrow$ ...	physique nucléaire, radioactivité, gammascopie, radiothérapie
électrique	basse fréquence	$\longrightarrow$ $1 \cdot 10^{6}$ Hz	en TP
	haute fréquence:	$\longrightarrow$ $1 \cdot 10^{11}$ Hz	pour l'émission/réception des ondes hertziennes

Le long d'un tuyau

Le long d'un tuyau

- le signal est le déplacement transverse par rapport à la position au repos

Le long d'un tuyau

- le signal est le déplacement transverse par rapport à la position au repos
- on fait apparaître une déformation dans une région

Le long d'un tuyau

- le signal est le déplacement transverse par rapport à la position au repos
- on fait apparaître une déformation dans une région
- on la voit apparaître ailleurs, plus tard : elle s'est propagée

Onde mécanique progressive

Définition (Onde mécanique progressive)

Une onde mécanique progressive est une perturbation d'un milieu matériel s'y propageant sans déplacement global de matière

Onde mécanique progressive

Définition (Onde mécanique progressive)

Une onde mécanique progressive est une perturbation d'un milieu matériel s'y propageant sans déplacement global de matière

Cas du tuyau :

Onde mécanique progressive

Définition (Onde mécanique progressive)

Une onde mécanique progressive est une perturbation d'un milieu matériel s'y propageant sans déplacement global de matière

Cas du tuyau :

- le tuyau ne fait que monter et descendre globalement

Onde mécanique progressive

Définition (Onde mécanique progressive)

Une onde mécanique progressive est une perturbation d'un milieu matériel s'y propageant sans déplacement global de matière

Cas du tuyau :

- le tuyau ne fait que monter et descendre globalement
- la perturbation est ici transverse par rapport à la direction de propagation

Autres exemples

- ressort (slinky)

Autres exemples

- ressort (slinky)
  - le signal est le déplacement d'une spire par rapport à sa position au repos

Autres exemples

- ressort (slinky)
  - le signal est le déplacement d'une spire par rapport à sa position au repos
  - ondes transverses

Autres exemples

- ressort (slinky)
  - le signal est le déplacement d'une spire par rapport à sa position au repos
  - ondes transverses
  - ou ondes longitudinales (comme pour le son dans l'air)

Autres exemples

- ressort (slinky)
  - le signal est le déplacement d'une spire par rapport à sa position au repos
  - ondes transverses
  - ou ondes longitudinales (comme pour le son dans l'air)
- échelle de perroquet

Autres exemples

- ressort (slinky)
  - le signal est le déplacement d'une spire par rapport à sa position au repos
  - ondes transverses
  - ou ondes longitudinales (comme pour le son dans l'air)
- échelle de perroquet
  - le signal est l'angle de rotation d'une tige par rapport à sa position au repos

Autres exemples

- ressort (slinky)
  - le signal est le déplacement d'une spire par rapport à sa position au repos
  - ondes transverses
  - ou ondes longitudinales (comme pour le son dans l'air)
- échelle de perroquet
  - le signal est l'angle de rotation d'une tige par rapport à sa position au repos
  - onde transverse

Variations spatiale et temporelle

cas d'une perturbation quasi instantanée à $t = 0$ au point O

Variations spatiale et temporelle

cas d'une perturbation quasi instantanée à $t = 0$ au point O

- un point M reçoit l'ébranlement avec un retard $\Delta t(M)$

Variations spatiale et temporelle

cas d'une perturbation quasi instantanée à $t = 0$ au point O

- un point M reçoit l'ébranlement avec un retard $\Delta t(M)$
- on observe ici que Δt est proportionnel à la distance OM

Variations spatiale et temporelle

cas d'une perturbation quasi instantanée à $t = 0$ au point O

- un point M reçoit l'ébranlement avec un retard $\Delta t(M)$
- on observe ici que Δt est proportionnel à la distance OM
- la propagation est caractérisée par une vitesse, nommée célérité

Variations spatiale et temporelle

cas d'une perturbation quasi instantanée à $t = 0$ au point O

- un point M reçoit l'ébranlement avec un retard $\Delta t(M)$
- on observe ici que Δt est proportionnel à la distance OM
- la propagation est caractérisée par une vitesse, nommée célérité

Définition (Célérité d'une onde et sens de propagation)

Une onde se propage à la célérité c si les évolutions temporelles des perturbations notées y_A et y_B en deux points A et B points vérifient :

$$y_B(t) = y_A\left(t - \frac{AB}{c}\right) \quad \text{ou: } y_A(t) = y_B\left(t - \frac{AB}{c}\right).$$

Le premier (resp. deuxième) cas correspond à une propagation de A vers B (resp. de B vers A).

Variations spatiale et temporelle

- pour un ébranlement commençant à $t = 0$ en O, pas de perturbation à t aux points pour lesquels $OM > ct$

Variations spatiale et temporelle

- pour un ébranlement commençant à $t = 0$ en O, pas de perturbation à t aux points pour lesquels $OM > ct$
- on se limite au propagations non dispersives : c est une constante quelle que soit la fréquence, la « forme » de l'onde est conservée

Variations spatiale et temporelle

- pour un ébranlement commençant à $t = 0$ en O, pas de perturbation à t aux points pour lesquels $OM > ct$
- on se limite au propagations non dispersives : c est une constante quelle que soit la fréquence, la « forme » de l'onde est conservée
- ordres de grandeur très différents

Variations spatiale et temporelle

- pour un ébranlement commençant à $t = 0$ en O, pas de perturbation à t aux points pour lesquels $OM > ct$
- on se limite au propagations non dispersives : c est une constante quelle que soit la fréquence, la « forme » de l'onde est conservée
- ordres de grandeur très différents
- $c = 299\,792\,458\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ pour les ondes électromagnétiques dans le vide

Variations spatiale et temporelle

- pour un ébranlement commençant à $t = 0$ en O, pas de perturbation à t aux points pour lesquels $OM > ct$
- on se limite au propagations non dispersives : c est une constante quelle que soit la fréquence, la « forme » de l'onde est conservée
- ordres de grandeur très différents
- $c = 299\,792\,458\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ pour les ondes électromagnétiques dans le vide
- du même ordre pour les ondes électriques

Variations spatiale et temporelle

- pour un ébranlement commençant à $t = 0$ en O, pas de perturbation à t aux points pour lesquels $OM > ct$
- on se limite au propagations non dispersives : c est une constante quelle que soit la fréquence, la « forme » de l'onde est conservée
- ordres de grandeur très différents
- $c = 299\,792\,458\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$ pour les ondes électromagnétiques dans le vide
- du même ordre pour les ondes électriques
- $3{,}4 \cdot 10^2\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$ pour les ondes sonores dans l'air (le tonnerre est en retard sur la foudre)

Variations spatiale et temporelle

- pour un ébranlement commençant à $t = 0$ en O, pas de perturbation à t aux points pour lesquels $OM > ct$
- on se limite au propagations non dispersives : c est une constante quelle que soit la fréquence, la « forme » de l'onde est conservée
- ordres de grandeur très différents
- $c = 299\,792\,458\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ pour les ondes électromagnétiques dans le vide
- du même ordre pour les ondes électriques
- $3{,}4 \cdot 10^2\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ pour les ondes sonores dans l'air (le tonnerre est en retard sur la foudre)
- $1{,}5 \cdot 10^3\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ dans l'eau

Variations spatiale et temporelle

- pour un ébranlement commençant à $t = 0$ en O, pas de perturbation à t aux points pour lesquels $OM > ct$
- on se limite au propagations non dispersives : c est une constante quelle que soit la fréquence, la « forme » de l'onde est conservée
- ordres de grandeur très différents
- $c = 299\,792\,458\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ pour les ondes électromagnétiques dans le vide
- du même ordre pour les ondes électriques
- $3{,}4\cdot10^{2}\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ pour les ondes sonores dans l'air (le tonnerre est en retard sur la foudre)
- $1{,}5\cdot10^{3}\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ dans l'eau
- $6\cdot10^{3}\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ dans l'acier

Champ des perturbations

- on se limite à une onde unidimensionnelle : chaque point M est

repéré son abscisse x, la grandeur variant au point x est notée y

- cas du tuyau/corde, la perturbation est la variation de y par rapport à la position au repos y_0

$$\xi = y - y_0$$

- on choisira si possible $y_0 = 0$ soit $\xi = y$

Champ des perturbations

- on se limite à une onde unidimensionnelle : chaque point M est

repéré son abscisse x, la grandeur variant au point x est notée y

- cas du tuyau/corde, la perturbation est la variation de y par rapport à la position au repos y_0

$$\xi = y - y_0$$

- on choisira si possible $y_0 = 0$ soit $\xi = y$

Champ des perturbations

- on se limite à une onde unidimensionnelle : chaque point M est

repéré son abscisse x, la grandeur variant au point x est notée y

- cas du tuyau/corde, la perturbation est la variation de y par rapport à la position au repos y_0

$$\xi = y - y_0$$

- on choisira si possible $y_0 = 0$ soit $\xi = y$

on peut observer

- en M l'évolution de ξ en fonction du temps (capteur local)

Champ des perturbations

- on se limite à une onde unidimensionnelle : chaque point M est

repéré son abscisse x, la grandeur variant au point x est notée y

- cas du tuyau/corde, la perturbation est la variation de y par rapport à la position au repos y_0

$$\xi = y - y_0$$

- on choisira si possible $y_0 = 0$ soit $\xi = y$

on peut observer

- en M l'évolution de ξ en fonction du temps (capteur local)
- à chaque instant la valeur de ξ pour l'ensemble des M (photographie)

Champ des perturbations

- on se limite à une onde unidimensionnelle : chaque point M est

repéré son abscisse x, la grandeur variant au point x est notée y

- cas du tuyau/corde, la perturbation est la variation de y par rapport à la position au repos y_0

$$\xi = y - y_0$$

- on choisira si possible $y_0 = 0$ soit $\xi = y$

on peut observer

- en M l'évolution de ξ en fonction du temps (capteur local)
- à chaque instant la valeur de ξ pour l'ensemble des M (photographie)
- *on utilise le champ des perturbations $\xi(x\,,t)$, fonction des deux variables x et t

Champ des perturbations

- on se limite à une onde unidimensionnelle : chaque point M est

repéré son abscisse x, la grandeur variant au point x est notée y

- cas du tuyau/corde, la perturbation est la variation de y par rapport à la position au repos y_0

$$\xi = y - y_0$$

- on choisira si possible $y_0 = 0$ soit $\xi = y$

on peut observer

- en M l'évolution de ξ en fonction du temps (capteur local)
- à chaque instant la valeur de ξ pour l'ensemble des M (photographie)
- *on utilise le champ des perturbations $\xi(x, t)$, fonction des deux variables x et t
  - $\xi(x, t_0)$ photographie de l'onde

Champ des perturbations

- on se limite à une onde unidimensionnelle : chaque point M est

repéré son abscisse x, la grandeur variant au point x est notée y

- cas du tuyau/corde, la perturbation est la variation de y par rapport à la position au repos y_0

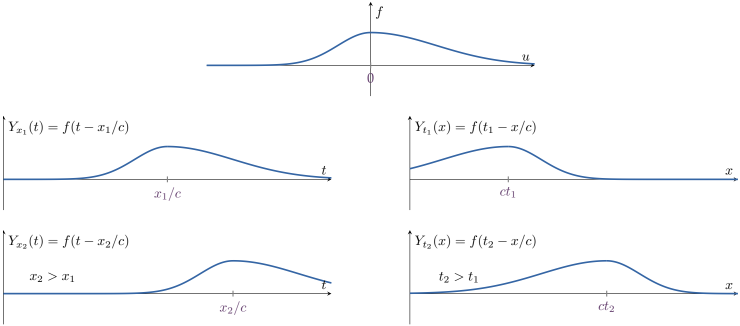
$$\xi = y - y_0$$

- on choisira si possible $y_0 = 0$ soit $\xi = y$

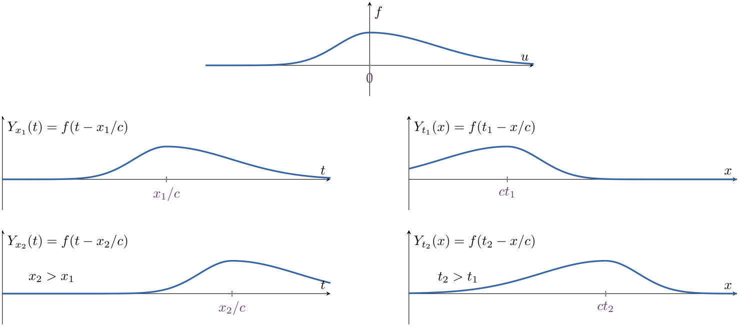
on peut observer

- en M l'évolution de ξ en fonction du temps (capteur local)
- à chaque instant la valeur de ξ pour l'ensemble des M (photographie)
- *on utilise le champ des perturbations $\xi(x\,, t)$, fonction des deux variables x et t
  - $\xi(x\,, t_0)$ photographie de l'onde
  - $\xi(x_0\,, t)$ évolution temporelle en un point*

Profils

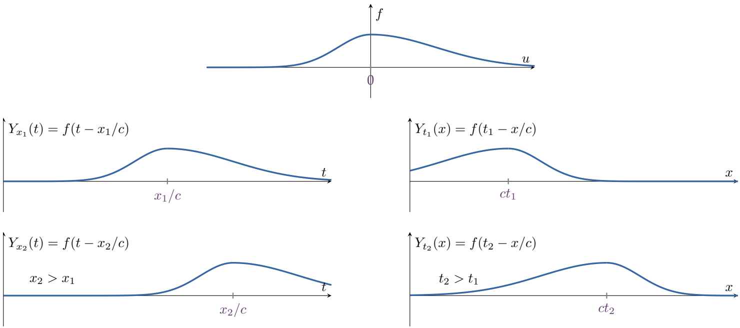

f
u
0
$Y_{x_1}(t) = f(t - x_1/c)$
t
x_1/c
$Y_{t_1}(x) = f(t_1 - x/c)$
x
ct_1
$Y_{x_2}(t) = f(t - x_2/c)$
$x_2 > x_1$
t
x_2/c
$Y_{t_2}(x) = f(t_2 - x/c)$
$t_2 > t_1$
x
ct_2

Profils



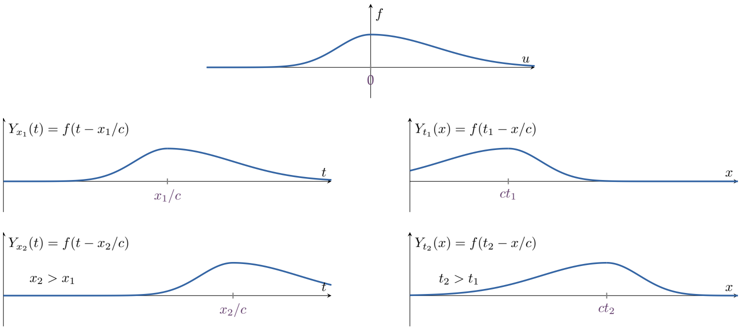
- durée de propagation de x_1 à x_1 ?

Profils



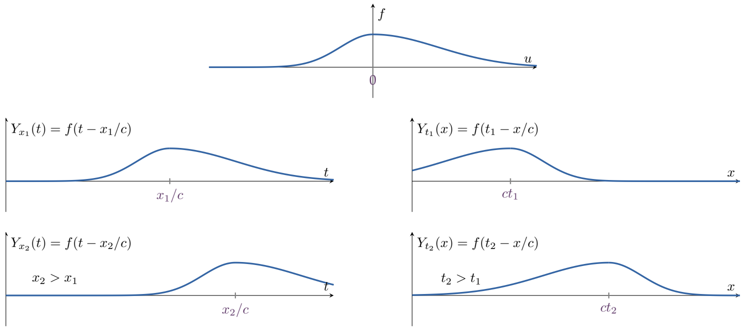
- durée de propagation de x_1 à x_1 ? $(x_2 - x_1)/c$

Profils



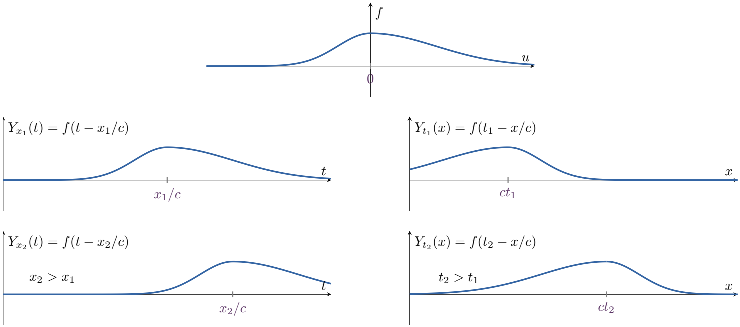
- durée de propagation de x_1 à x_1 ? $(x_2 - x_1)/c$
- distance entre les points atteints à t_2 à t_1 ?

Profils



- durée de propagation de x_1 à x_1 ? $(x_2 - x_1)/c$
- distance entre les points atteints à t_2 à t_1 ? $c(t_2 - t_1)$

Profils



- durée de propagation de x_1 à x_1 ? $(x_2 - x_1)/c$
- distance entre les points atteints à t_2 à t_1 ? $c(t_2 - t_1)$

la même fonction mathématique d'1 variable permet de représenter les variations spatiale et temporelle de l'excitation en tout point

Forme générale

pour une onde progressive dans le sens des x croissants il faut :

Forme générale

pour une onde progressive dans le sens des x croissants il faut :

$$\xi(x,t) = \xi(x',t') \quad \text{si} \quad t' = t + \frac{x'-x}{c}$$

Forme générale

pour une onde progressive dans le sens des x croissants il faut :

$$\xi(x,t) = \xi(x',t') \quad \text{si} \quad t' = t + \frac{x'-x}{c}$$

on vérifie que pour toute fonction f d'une variable, la fonction de deux variables $\xi(x\,,t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right)$ convient.

Forme générale

pour une onde progressive dans le sens des x croissants il faut :

$$\xi(x,t) = \xi(x',t') \quad \text{si} \quad t' = t + \frac{x'-x}{c}$$

on vérifie que pour toute fonction f d'une variable, la fonction de deux variables $\xi(x\,,t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right)$ convient. on peut également choisir de l'écrire : $\xi(x\,,t) = g\,(x - ct)$.

Forme générale

pour une onde progressive dans le sens des x croissants il faut :

$$\xi(x,t) = \xi(x',t') \quad \text{si} \quad t' = t + \frac{x'-x}{c}$$

on vérifie que pour toute fonction f d'une variable, la fonction de deux variables $\xi(x\,,t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right)$ convient. on peut également choisir de l'écrire : $\xi(x\,,t) = g\,(x - ct)$.

- f est donnée par les conditions aux limites :

Forme générale

pour une onde progressive dans le sens des x croissants il faut :

$$\xi(x,t) = \xi(x',t') \quad \text{si} \quad t' = t + \frac{x'-x}{c}$$

on vérifie que pour toute fonction f d'une variable, la fonction de deux variables $\xi(x,t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right)$ convient. on peut également choisir de l'écrire : $\xi(x,t) = g\,(x - ct)$.

- f est donnée par les conditions aux limites :
  - $f(t)$ pour une excitation à une extrémité variant temporelle

Forme générale

pour une onde progressive dans le sens des x croissants il faut :

$$\xi(x,t) = \xi(x',t') \quad \text{si} \quad t' = t + \frac{x'-x}{c}$$

on vérifie que pour toute fonction f d'une variable, la fonction de deux variables $\xi(x\,,t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right)$ convient. on peut également choisir de l'écrire : $\xi(x\,,t) = g\left(x - ct\right)$.

- f est donnée par les conditions aux limites :
  - $f(t)$ pour une excitation à une extrémité variant temporelle
  - $f(x/c)$ pour une déformation de l'ensemble initiale d'un système abandonné à lui même

Forme générale

pour une onde progressive dans le sens des x croissants il faut :

$$\xi(x,t) = \xi(x',t') \quad \text{si} \quad t' = t + \frac{x'-x}{c}$$

on vérifie que pour toute fonction f d'une variable, la fonction de deux variables $\xi(x\,,t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right)$ convient. on peut également choisir de l'écrire : $\xi(x\,,t) = g\,(x - ct)$.

- f est donnée par les conditions aux limites :
  - $f(t)$ pour une excitation à une extrémité variant temporelle
  - $f(x/c)$ pour une déformation de l'ensemble initiale d'un système abandonné à lui même
  - exemples de porte, rampe, cloche

Forme générale

pour une onde progressive dans le sens des x croissants il faut :

$$\xi(x,t) = \xi(x',t') \quad \text{si} \quad t' = t + \frac{x'-x}{c}$$

on vérifie que pour toute fonction f d'une variable, la fonction de deux variables $\xi(x\,,t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right)$ convient. on peut également choisir de l'écrire : $\xi(x\,,t) = g\,(x - ct)$.

- f est donnée par les conditions aux limites :
  - $f(t)$ pour une excitation à une extrémité variant temporelle
  - $f(x/c)$ pour une déformation de l'ensemble initiale d'un système abandonné à lui même
  - exemples de porte, rampe, cloche
- pour pouvoir se propager (sans déformation) ξ doit être solution d'une équation d'onde, caractéristique du phénomène étudié

Forme générale

pour une onde progressive dans le sens des x croissants il faut :

$$\xi(x,t) = \xi(x',t') \quad \text{si} \quad t' = t + \frac{x'-x}{c}$$

on vérifie que pour toute fonction f d'une variable, la fonction de deux variables $\xi(x,t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right)$ convient. on peut également choisir de l'écrire : $\xi(x,t) = g(x - ct)$.

- f est donnée par les conditions aux limites :
  - $f(t)$ pour une excitation à une extrémité variant temporelle
  - $f(x/c)$ pour une déformation de l'ensemble initiale d'un système abandonné à lui même
  - exemples de porte, rampe, cloche
- pour pouvoir se propager (sans déformation) ξ doit être solution d'une équation d'onde, caractéristique du phénomène étudié
- pour un milieu non dispersif et linéaire, toute déformation peut se propager : toutes les fonctions f sont admissibles, avec la même célérité c

Ondes régressives et généralisation

- propagation dans le sens des x décroissants : $\xi(x+ct) = \xi(x'+ct')$

Exercice : profil de rampe régressif

1. Tracer le profil d'une perturbation y décrite par une fonction $f(u)$
   a. croissante de $f=0$ à $f=y_0$ de $u=0$ à $u=\tau>0$
   b. nulle partout ailleurs
2. Déterminer l'expression de $y=\xi(x,t)$ décrivant une onde de célérité c en propagation unidimensionnelle régressive de direction x telle que la perturbation en $x=0$ croît de $y=0$ à $y=0$ quand t croît de 0 à τ.
3. En déduire les allures de :
   a. $\xi(x=0,t)$ et $\xi(x_1,t)$ pour $x_1<0$;
   b. $\xi(x,t=0)$ et $\xi(x,t=t_1)$ pour $t_1>\tau$

Ondes régressives et généralisation

- propagation dans le sens des x décroissants : $\xi(x+ct)=\xi(x'+ct')$
- des expressions de la forme $\xi=f(x+ct)$

Exercice : profil de rampe régressif

1. Tracer le profil d'une perturbation y décrite par une fonction $f(u)$
   a. croissante de $f=0$ à $f=y_0$ de $u=0$ à $u=\tau>0$
   b. nulle partout ailleurs
2. Déterminer l'expression de $y=\xi(x,t)$ décrivant une onde de célérité c en propagation unidimensionnelle régressive de direction x telle que la perturbation en $x=0$ croît de $y=0$ à $y=0$ quand t croît de 0 à τ.
3. En déduire les allures de :
   a. $\xi(x=0,t)$ et $\xi(x_1,t)$ pour $x_1<0$;
   b. $\xi(x,t=0)$ et $\xi(x,t=t_1)$ pour $t_1>\tau$

Ondes régressives et généralisation

Champ de perturbation d'une onde de célérité c

Le signal associé à une onde se propageant unidimensionnellement dans un milieu linéaire et non dispersif à la célérité c est de la forme

$$f(x-ct) \quad \text{ou} \quad g\left(t-\frac{x}{c}\right)$$

dans le cas d'une onde progressive se propageant vers les x croissants ou de la forme

$$f(x+ct) \quad \text{ou} \quad g\left(t+\frac{x}{c}\right)$$

dans le cas d'une onde régressive se propageant vers les x décroissants.

Exercice : profil de rampe régressif

1. Tracer le profil d'une perturbation y décrite par une fonction $f(u)$
   a. croissante de $f=0$ à $f=y_0$ de $u=0$ à $u=\tau>0$
   b. nulle partout ailleurs

Source ponctuelle dans les cas 2D et 3D

Source ponctuelle

La perturbation créée au point M et à l'instant t par une source ponctuelle située au point M se met sous la forme :

$$\xi = a(OM)f(t - \frac{OM}{c}),$$

dans laquelle, même en l'absence de phénomènes dissipatifs, l'amplitude $a(OM)$ décroît avec la distance OM pour les cas 2D et 3D

Source ponctuelle dans les cas 2D et 3D

Source ponctuelle

La perturbation créée au point M et à l'instant t par une source ponctuelle située au point M se met sous la forme :

$$\xi = a(OM)f(t - \frac{OM}{c}),$$

dans laquelle, même en l'absence de phénomènes dissipatifs, l'amplitude $a(OM)$ décroît avec la distance OM pour les cas 2D et 3D

- l'amplitude de la perturbation décroît avec la distance en $1/\sqrt{r}$ à 2D (surface de l'eau par ex.), en $1/r$ à 3D (son par ex.)

Source ponctuelle dans les cas 2D et 3D

Source ponctuelle

La perturbation créée au point M et à l'instant t par une source ponctuelle située au point M se met sous la forme :

$$\xi = a(OM)f(t - \frac{OM}{c}),$$

dans laquelle, même en l'absence de phénomènes dissipatifs, l'amplitude $a(OM)$ décroît avec la distance OM pour les cas 2D et 3D

- l'amplitude de la perturbation décroît avec la distance en $1/\sqrt{r}$ à 2D (surface de l'eau par ex.), en $1/r$ à 3D (son par ex.)
- on négligera cette décroissance par la suite (valable dans une zone où les variations relatives de r sont négligeables)

Énergie associée à une onde

- la puissance transportée par une onde est proportionnelle au carré de l'amplitude

Énergie associée à une onde

- la puissance transportée par une onde est proportionnelle au carré de l'amplitude
- à 1D, sans dissipation, la puissance est la même en tout point

Énergie associée à une onde

- la puissance transportée par une onde est proportionnelle au carré de l'amplitude
- à 1D, sans dissipation, la puissance est la même en tout point
- à 2D (resp. 3D) sans dissipation, la puissance rayonnée par une source ponctuelle est la même sur tous les cercles (resp. toutes les sphères) centré(e)s sur la source

Expression

le signal est donné par f de la forme :

Signal sinusoïdal

$$\xi(x,t) = Y_m \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{c}\right) + \varphi\right] = Y_m \cos\left[\omega t - kx + \varphi\right]$$

- Y_m : amplitude
- ω : pulsation, $\nu = \omega/(2\pi)$: fréquence
- φ : phase à l'origine
- $k = \omega/c$ est nommé vecteur d'onde par abus de langage

- réalisable avec une perturbation sinusoïdale en $x = 0$
- correspond à une onde infinie dans le temps et dans l'espace : on tronquera en limitant :
  - valable pour $t \geqslant 0$
  - valable pour $x \leqslant ct$
  - nul sinon

Double périodicinté : périodicité temporelle

à $x = x_0$ fixé :

$$\xi(x_0, t) = f(t - x_0/c) = Y_m \cos\left(\omega t + \left(\varphi - \omega \frac{x_0}{c}\right)\right)$$

Double périodicinté : périodicité temporelle

à $x = x_0$ fixé :

$$\xi(x_0, t) = f(t - x_0/c) = Y_m \cos\left(\omega t + \left(\varphi - \omega \frac{x_0}{c}\right)\right)$$

en tout point le signal est temporellement périodique de période $T = \frac{2\pi}{\omega}$

Double périodicinté : périodicité temporelle

à $x = x_0$ fixé :

$$\xi(x_0, t) = f(t - x_0/c) = Y_m \cos\left(\omega t + \left(\varphi - \omega \frac{x_0}{c}\right)\right)$$

en tout point le signal est temporellement périodique de période $T = \frac{2\pi}{\omega}$

Définition (Période)

La période d'un signal périodique est le plus petit intervalle de temps T tel que pour tous x , t :

$$\xi(x, t + T) = \xi(x, t)$$

Double périodicinté : périodicité temporelle

Définition (Période)

La période d'un signal périodique est le plus petit intervalle de temps T tel que pour tous x , t :

$$\xi(x, t+T) = \xi(x, t)$$

Double périodicinté : périodicité temporelle

Définition (Période)

La période d'un signal périodique est le plus petit intervalle de temps T tel que pour tous x , t :

$$\xi(x, t+T) = \xi(x, t)$$

- elle est la même en tout point

Double périodicinté : périodicité temporelle

Définition (Période)

La période d'un signal périodique est le plus petit intervalle de temps T tel que pour tous x , t :

$$\xi(x, t+T) = \xi(x, t)$$

- elle est la même en tout point
- l'ensemble du système se retrouve périodiquement dans le même état

Double périodicinté : périodicité temporelle

Définition (Période)

La période d'un signal périodique est le plus petit intervalle de temps T tel que pour tous x , t :

$$\xi(x, t+T) = \xi(x, t)$$

- elle est la même en tout point
- l'ensemble du système se retrouve périodiquement dans le même état
- elle ne dépend que de l'excitation : celle-ci caractérise l'onde produite

Double périodicinté : périodicité temporelle

Définition (Période)

La période d'un signal périodique est le plus petit intervalle de temps T tel que pour tous x , t :

$$\xi(x, t+T) = \xi(x, t)$$

- elle est la même en tout point
- l'ensemble du système se retrouve périodiquement dans le même état
- elle ne dépend que de l'excitation : celle-ci caractérise l'onde produite
- animation

Double périodicité : périodicité spatiale

à $t = t_0$ fixé :

$$\xi(x, t_0) = f(t_0 - x/c) = Y_m \cos\left(\omega t_0 + \varphi - \omega \frac{x}{c}\right)$$

Double périodicité : périodicité spatiale

à $t = t_0$ fixé :

$$\xi(x, t_0) = f(t_0 - x/c) = Y_m \cos\left(\omega t_0 + \varphi - \omega \frac{x}{c}\right)$$

à chaque instant le signal est spatialement périodique de période $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega} = \frac{c}{\nu}$

Double périodicité : périodicité spatiale

à $t = t_0$ fixé :

$$\xi(x, t_0) = f(t_0 - x/c) = Y_m \cos\left(\omega t_0 + \varphi - \omega \frac{x}{c}\right)$$

à chaque instant le signal est spatialement périodique de période $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega} = \frac{c}{\nu}$

Définition (Longueur d'onde)

La longueur d'onde d'un signal périodique est la plus petite distance λ telle que pour tous x , t :

$$\xi(x + \lambda, t) = \xi(x, t).$$

On a $\lambda = cT = c/\nu = 2\pi/k$.

Double périodicité : périodicité spatiale

Définition (Longueur d'onde)

La longueur d'onde d'un signal périodique est la plus petite distance λ telle que pour tous x , t :

$$\xi(x+\lambda,t)=\xi(x,t).$$

On a $\lambda = cT = c/\nu = 2\pi/k$.

Double périodicité : périodicité spatiale

Définition (Longueur d'onde)

La longueur d'onde d'un signal périodique est la plus petite distance λ telle que pour tous x , t :

$$\xi(x+\lambda,t)=\xi(x,t).$$

On a $\lambda = cT = c/\nu = 2\pi/k$.

- elle est la même à chaque instant

Double périodicité : périodicité spatiale

Définition (Longueur d'onde)

La longueur d'onde d'un signal périodique est la plus petite distance λ telle que pour tous x , t :

$$\xi(x+\lambda, t) = \xi(x, t).$$

On a $\lambda = cT = c/\nu = 2\pi/k$.

- elle est la même à chaque instant
- le système est invariant par translation spatiale de λ

Double périodicité : périodicité spatiale

Définition (Longueur d'onde)

La longueur d'onde d'un signal périodique est la plus petite distance λ telle que pour tous x , t :

$$\xi(x+\lambda,t)=\xi(x,t).$$

On a $\lambda = cT = c/\nu = 2\pi/k$.

- elle est la même à chaque instant
- le système est invariant par translation spatiale de λ
- dépend de ω mais aussi du milieu : λ d'un la 440 Hz diffère dans l'air, sur une corde ...

Déphasage

pour comparer $\xi(x\,,t)$ et $\xi(x'\,,t')$, il suffit de comparer $\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)+\varphi$ et $\omega\left(t'-\frac{x'}{c}\right)+\varphi$, sans dimension

Déphasage

pour comparer $\xi(x\,,t)$ et $\xi(x'\,,t')$, il suffit de comparer $\omega\left(t-\frac{x}{c}\right)+\varphi$ et $\omega\left(t'-\frac{x'}{c}\right)+\varphi$, sans dimension

Définition (Phase d'une onde sinusoïdale)

La phase d'une onde sinusoïdale en un point M et à un instant t, notée $\Phi(M\,,t)$ caractérise complètement son évolution.
Le déphasage entre deux points M_1 et M_2 est indépendant du temps, il ne dépend que de la distance les séparant. On a, à 1D :

$$\Phi(M_2)-\Phi(M_1)=\frac{2\pi(x_1-x_2)}{\lambda}.$$

Déphasage

Déphasages remarquables

- M_2 et M_1 en phase

$$\Phi(M_2) = \Phi(M_1) \pmod{2\pi} \Leftrightarrow x_1 - x_2 = p\lambda \Leftrightarrow \xi(M_2, t) = \xi(M_1, t) \forall t$$

- M_2 en quadrature avance par rapport à M_1 :

$$\Phi(M_2) = \Phi(M_1) + \frac{\pi}{2} \pmod{2\pi} \rightarrow x_1 - x_2 = \frac{\lambda}{4} + p\lambda.$$

ξ maximal en M_2 quand il est nul et croissant en M_1

- M_2 en quadrature retard par rapport à M_1 :

$$\Phi(M_2) = \Phi(M_1) - \frac{\pi}{2} \pmod{2\pi} \Rightarrow x_1 - x_2 = -\frac{\lambda}{4} + p\lambda.$$

ξ maximal en M_2 quand il est nul et décroissant en M_1

- M_2 en opposition de phase par rapport à M_1 :

$$\Phi(M_2) = \Phi(M_1) + \pi \pmod{2\pi} \Leftrightarrow \xi(M_2, t) = -\xi(M_1, t) \Leftrightarrow x_1 - x_2 = \frac{\lambda}{2} + p\lambda$$

pourquoi privilégier les sinusoïdes ?

Décomposition en sinusoïdes : fonctions périodiques

Fonctions périodiques : série de Fourier

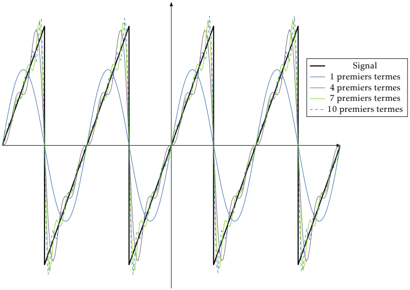
La plupart des fonctions $Y(t)$ T-périodiques peuvent être décomposées en une série de Fourier[1] :

$$Y(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} Y_n \cos\left(\omega_n t + \psi_n\right) \quad \text{avec: } \omega_n = \frac{2\pi n}{T}$$

La fonction $Y_n \cos\left(\omega_n t + \psi_n\right)$, $n > 1$ est dite harmonique de rang n. Celle de rang 1 est dite fondamentale.

. J. B. F. Fourier, mathématicien français (1768-1830).

Décomposition en sinusoïdes : fonctions périodiques



Décomposition en sinusoïdes : fonctions quelconques

- d'une certaine manière une fonction non périodique est une fonction de période infinie, donc de pulsation nulle

Décomposition en sinusoïdes : fonctions quelconques

- d'une certaine manière une fonction non périodique est une fonction de période infinie, donc de pulsation nulle
- au lieu de ne prendre que les pulsations multiples de ω, on prend toutes les pulsations en effectuant une somme continue (intégrale)

Décomposition en sinusoïdes : fonctions quelconques

- d'une certaine manière une fonction non périodique est une fonction de période infinie, donc de pulsation nulle
- au lieu de ne prendre que les pulsations multiples de ω, on prend toutes les pulsations en effectuant une somme continue (intégrale)
- animation

Spectre d'un signal

tout signal pourra être écrit comme une somme discrète ($\sum$) ou continue ($\int$) de fonctions sinusoïdales de pulsations différentes, caractérisées chacune par :

- son amplitude

Spectre d'un signal

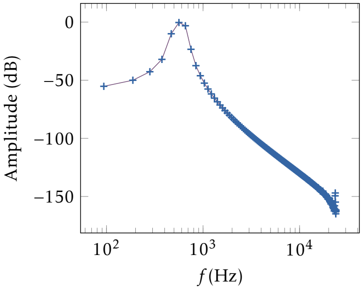
tout signal pourra être écrit comme une somme discrète ($\sum$) ou continue ($\int$) de fonctions sinusoïdales de pulsations différentes, caractérisées chacune par :

- son amplitude
- sa phase

Spectre d'un signal

tout signal pourra être écrit comme une somme discrète ($\sum$) ou continue ($\int$) de fonctions sinusoïdales de pulsations différentes, caractérisées chacune par :

- son amplitude
- sa phase



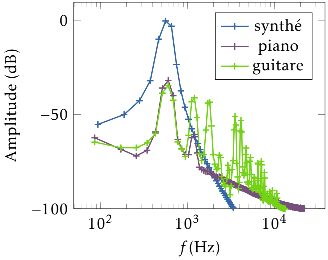
sinusoïde pure

- une seule composante de Fourier
- l'analyse numérique d'un son (de durée finie, avec un échantillonage discret) donne un pic très marqué

Spectre d'un signal

tout signal pourra être écrit comme une somme discrète ($\sum$) ou continue ($\int$) de fonctions sinusoïdales de pulsations différentes, caractérisées chacune par :

- son amplitude
- sa phase

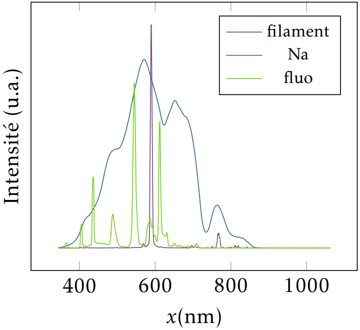


- les trois sons ont la même hauteur (ré4 587 Hz)
- le son du synthétiseur est le plus pur
- celui de la guitare contient le plus d'harmoniques

Spectre d'un signal

tout signal pourra être écrit comme une somme discrète ($\sum$) ou continue ($\int$) de fonctions sinusoïdales de pulsations différentes, caractérisées chacune par :

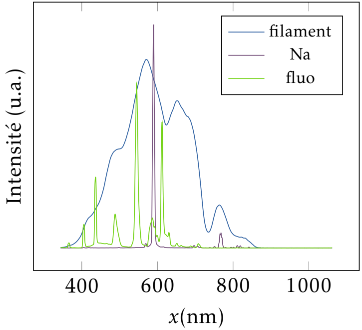
- son amplitude
- sa phase



Spectre d'un signal

tout signal pourra être écrit comme une somme discrète ($\sum$) ou continue ($\int$) de fonctions sinusoïdales de pulsations différentes, caractérisées chacune par :

- son amplitude
- sa phase



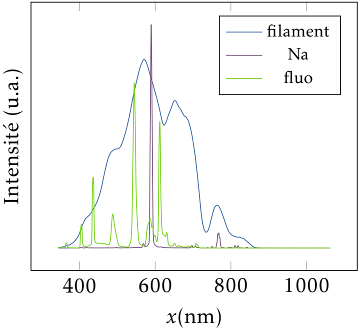
Lampe à filament

- spectre (en λ) continu
- pas de fondamental/harmoniques

Spectre d'un signal

tout signal pourra être écrit comme une somme discrète ($\sum$) ou continue ($\int$) de fonctions sinusoïdales de pulsations différentes, caractérisées chacune par :

- son amplitude
- sa phase

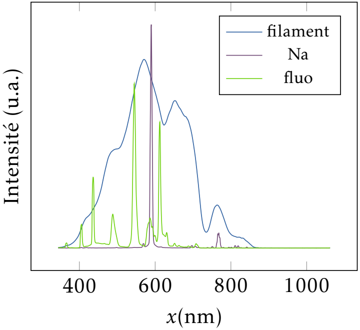


Lampe à décharge (Na) : spectre discret avec une raie principale (+ quelques détails pas discernables ici)

Spectre d'un signal

tout signal pourra être écrit comme une somme discrète ($\sum$) ou continue ($\int$) de fonctions sinusoïdales de pulsations différentes, caractérisées chacune par :

- son amplitude
- sa phase



Tube fluorescent

- spectre discret avec des raies plus prononcées
- dues à des poudres choisies pour la teinte
- pas de fondamental/harmoniques

Milieu linéaire

supposons qu'on a étudié la réponse à deux excitations 1 et 2, on étudie $1+2$ dans un milieu linéaire

Milieu linéaire

supposons qu'on a étudié la réponse à deux excitations 1 et 2, on étudie $1+2$ dans un milieu linéaire

Définition (Milieu linéaire et principe de superposition)

Un milieu est dit linéaire si la réponse à une combinaison linéaire de signaux est la même combinaison linéaires des réponses à chaque signal pris séparément. Il obéit au principe de superposition.

Milieu linéaire

Définition (Milieu linéaire et principe de superposition)

Un milieu est dit linéaire si la réponse à une combinaison linéaire de signaux est la même combinaison linéaires des réponses à chaque signal pris séparément. Il obéit au principe de superposition.

Milieu linéaire

Définition (Milieu linéaire et principe de superposition)

Un milieu est dit linéaire si la réponse à une combinaison linéaire de signaux est la même combinaison linéaires des réponses à chaque signal pris séparément. Il obéit au principe de superposition.

- la réponse à une excitation x fois plus intense sera x fois plus intense

Milieu linéaire

Définition (Milieu linéaire et principe de superposition)

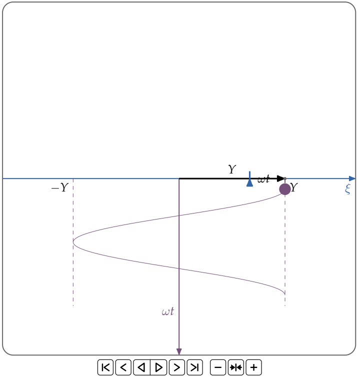
Un milieu est dit linéaire si la réponse à une combinaison linéaire de signaux est la même combinaison linéaires des réponses à chaque signal pris séparément. Il obéit au principe de superposition.

- la réponse à une excitation x fois plus intense sera x fois plus intense
- la réponse à des excitations sinusoïdales suffit pour tout connaître grâce à la transformation de Fourier

Somme de sinusoïdes synchrones

la somme de deux sinusoïdes synchrones (*ie* de même fréquence ω et dont la phase relative est constante), est une sinusoïde de même fréquence dont l'amplitude et la phase peuvent être déterminées graphiquement

Représentation de Fresnel : principe



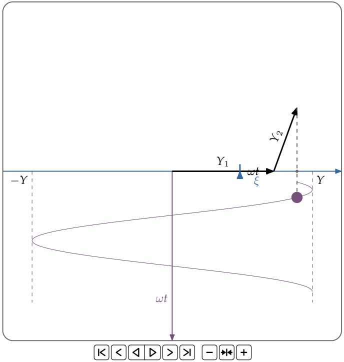
- on a un signal $\xi = Y\cos(\omega t)$
- on lui associe un complexe de module Y et d'argument ωt : $\underline{\xi} = Y\exp(i\omega t)$: c'est sa représentation de Fresnel
- l'évolution temporelle de ξ correspond à une rotation du vecteur d'affixe $\underline{\xi}$ dans le plan complexe
- {on a à chaque instant $\xi = \mathrm{Re}(\underline{\xi})$}
- {si $\xi = Y\cos(\omega t + \varphi)$, $\underline{\xi} = Y\exp(i(\omega t + \varphi))$: le vecteur d'affixe $\underline{\xi}$ est tourné de φ}

Représentation de Fresnel : Utilisation

- on cherche Y_s et φ_s tels que :

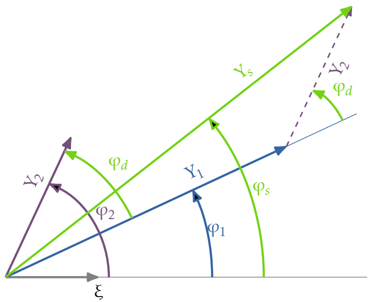
$$Y_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + Y_2 \cos(\omega t + \varphi_2) = Y_s \cos(\omega t + \varphi_s)$$

- {on utilise les complexes ξ_1 et ξ_2 et $\xi_s = \xi_1 + \xi_2$}
- {on lit graphiquement $Y_s = |\xi_s|$ et $\varphi_s = \arg(\xi_s)$ à $t = 0$}



- Y_s et φ_s sont indépendantes du temps
- ☠ aucun sens pour des sinusoïdes de fréquences différentes

Détermination graphique



- on peut calculer :

$$Y_s^2 = Y_1^2 + Y_2^2 + 2Y_1Y_2\cos(\varphi_d)$$
$$\frac{\sin(\varphi_{\mathrm{d}})}{Y_s} = \frac{\sin(\varphi_s - \varphi_1)}{Y_2}$$

- c'est la phase relative, le déphasage $\varphi_d = \varphi_2 - \varphi_1$ qui importe
- à refaire à chaque fois, la plupart du temps, l'étude du schéma suffira pour tirer des conclusions qualitatives intéressantes

Observations sur la cuve à ondes

sans le stroboscope :

- avec une source : la perturbation oscille avec la même amplitude en chaque point

Observations sur la cuve à ondes

sans le stroboscope :

- avec une source : la perturbation oscille avec la même amplitude en chaque point
- avec deux sources synchrones : il existe des points où la perturbation est toujours nulle, l'amplitude varie en chaque point

Observations sur la cuve à ondes

sans le stroboscope :

- avec une source : la perturbation oscille avec la même amplitude en chaque point
- avec deux sources synchrones : il existe des points où la perturbation est toujours nulle, l'amplitude varie en chaque point
- les deux ondes ont interféré

Observations sur la cuve à ondes

sans le stroboscope :

- avec une source : la perturbation oscille avec la même amplitude en chaque point
- avec deux sources synchrones : il existe des points où la perturbation est toujours nulle, l'amplitude varie en chaque point
- les deux ondes ont interféré
- simulation

Amplitude de la somme de deux ondes

☠ l'amplitude de la somme n'est pas la somme des amplitudes.
pour la somme, au point M de deux ondes sinusoïdales synchrones unidimensionnelles (pour simplifier) émises par deux émetteurs S_1 et S_2 :

Amplitude de la somme de deux ondes

☠ l'amplitude de la somme n'est pas la somme des amplitudes.
pour la somme, au point M de deux ondes sinusoïdales synchrones unidimensionnelles (pour simplifier) émises par deux émetteurs S_1 et S_2 :

- l'excitation $\xi_1(x\,,t)$ au point M de coordonnée x due à la source S_1 dépend de la distance S_1M

Amplitude de la somme de deux ondes

☠ l'amplitude de la somme n'est pas la somme des amplitudes.
pour la somme, au point M de deux ondes sinusoïdales synchrones unidimensionnelles (pour simplifier) émises par deux émetteurs S_1 et S_2 :

- l'excitation $\xi_1(x, t)$ au point M de coordonnée x due à la source S_1 dépend de la distance S_1M
- de même $\xi_2(x, t)$ dépend de S_2M

Amplitude de la somme de deux ondes

☠ l'amplitude de la somme n'est pas la somme des amplitudes.
pour la somme, au point M de deux ondes sinusoïdales synchrones unidimensionnelles (pour simplifier) émises par deux émetteurs S_1 et S_2 :

- l'excitation $\xi_1(x\,,t)$ au point M de coordonnée x due à la source S_1 dépend de la distance S_1M
- de même $\xi_2(x\,,t)$ dépend de S_2M

$$\begin{aligned}\xi_s(x,t) &= \xi_1(x,t) + \xi_2(x,t)\\ &= X_1\cos\left(\omega t - \frac{2\pi S_1M}{\lambda} + \varphi_1\right) + X_2\cos\left(\omega t - \frac{2\pi S_2M}{\lambda} + \varphi_2\right)\end{aligned}$$

Amplitude de la somme de deux ondes

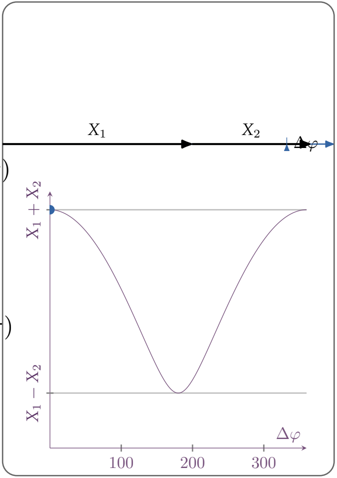
- interférences constructives : X_s maximale pour :

$$\varphi_2 - \varphi_1 + \frac{2\pi\,(S_1M - S_2M)}{\lambda} = 0 \pmod{2\pi}$$

- interférences destructives : X_s minimale pour :

$$\varphi_2 - \varphi_1 + \frac{2\pi\,(S_1M - S_2M)}{\lambda} = \pi \pmod{2\pi}$$

- le contraste entre le maximum et le minimum de X_s est le plus grand quand $X_1 = X_2$



Conditions d'interférences

on prend $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ (les deux sources sont en phase) pour simplifier

Conditions d'interférences

Conditions d'interférences

Les ondes synchrones de longueur d'onde λ émises par deux sources S_1 et S_2 en phase interfèrent :

- constructivement aux points M tels que $S_2M - S_1M = p\lambda \quad p \in \mathbb{Z}$
- destructivement aux points M tels que $S_2M - S_1M = \frac{\lambda}{2} + p\lambda \quad p \in \mathbb{Z}$

L'amplitude en interférences constructives (resp. destructives) est maximale (resp. minimale) si elles ont même amplitude X, elle vaut alors $2X$ (resp. 0).

Conditions d'interférences

Conditions d'interférences

Les ondes synchrones de longueur d'onde λ émises par deux sources S_1 et S_2 en phase interfèrent :

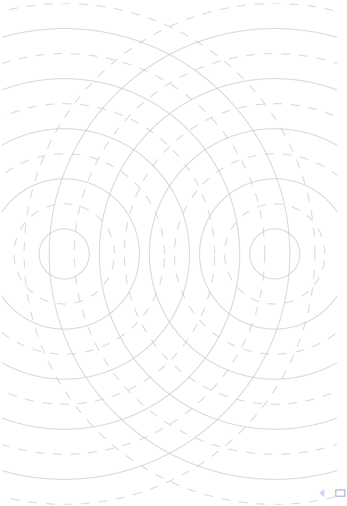
- constructivement aux points M tels que $S_2M - S_1M = p\lambda \quad p \in \mathbb{Z}$
- destructivement aux points M tels que $S_2M - S_1M = \frac{\lambda}{2} + p\lambda \quad p \in \mathbb{Z}$

L'amplitude en interférences constructives (resp. destructives) est maximale (resp. minimale) si elles ont même amplitude X, elle vaut alors $2X$ (resp. 0).

- à adapter si elles ne sont pas en phase
- constructif si $S_2M - S_1M = \lambda(p + (\varphi_2 - \varphi_1)/(2\pi) \quad p \in \mathbb{Z}$

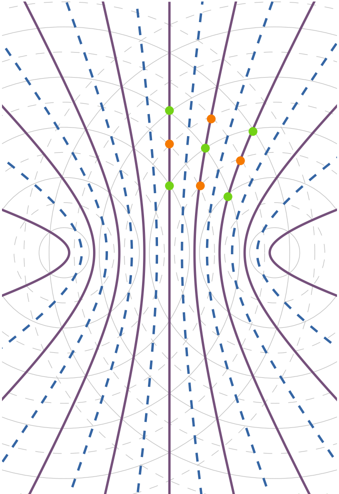
Conditions d'interférences

Détermination graphique des interférences constructives



Conditions d'interférences

Détermination graphique des interférences constructives



- les lignes épaisses représentent le lieu des interférences constructives (points verts (resp. orange) pour une perturbation maximale (resp. minimale)
- les lignes en traits interrompus représentent le lieu des interférences destructives
- les points de même déphasage sont des branches d'hyperbole

Conditions d'interférences

Conditions d'interférences

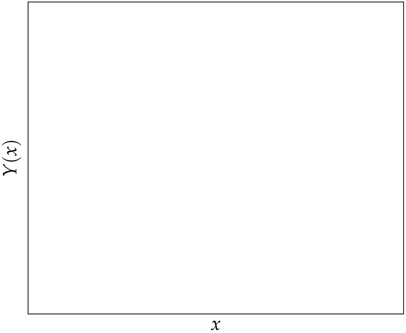
- si on est 2D ou 3D, les conditions restent les mêmes mais l'amplitude de chaque onde (Y_1 , Y_2) diminue quand on s'éloigne de la source (S_1 , S_2)

Conditions d'interférences

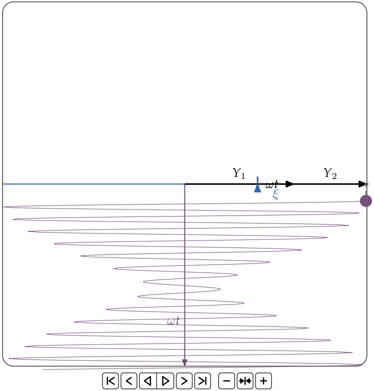
- si on est 2D ou 3D, les conditions restent les mêmes mais l'amplitude de chaque onde (Y_1 , Y_2) diminue quand on s'éloigne de la source (S_1 , S_2)
- si l'onde ne se propage pas toujours dans le même milieu, c varie au cours de la propagation et il faut reprendre le calcul du retard entre S_1 et M et entre S_2 et M

Observation

- on fait sonner deux diapasons légèrement différents
- ou play -n –rate 96k synth sine 240 sine 245
- on reconnaît la note, l'amplitude varie d'autant plus lentement ($\simeq$ Hz) que les fréquence sont proches
- on peut l'utiliser pour accorder deux cordes



Construction de Fresnel

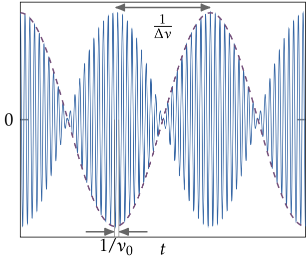


Fréquence de battement

Fréquence de battement

La somme de deux fonctions sinusoïdales $g_1(u)$ et $g_2(u)$ de fréquences ν_1 et ν_2 proches est une fonction quasi-périodique dont l'amplitude varie lentement. Dans le cas où g_1 et g_2 ont même amplitude g_0, la somme $g_1 + g_2$ peut être décrite comme :

- une sinusoïde à la fréquence moyenne $\nu_0 = (\nu_1 + \nu_2)/2$,
- dont l'amplitude oscille sinusoïdalement à la fréquence différence $\Delta\nu = |\nu_2 - \nu_1|$, d'autant plus faible que ν_2 et ν_1 sont proches.

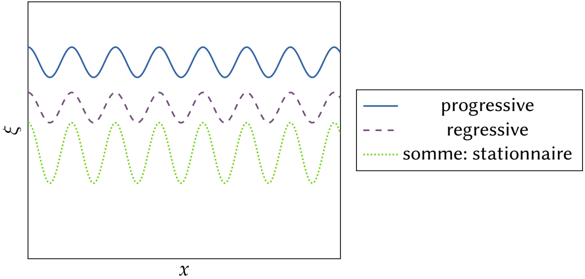


Fréquence de battement

- ☠ : $1/\Delta\nu_0$ est toujours la distance entre deux passages dans le même sens par 0, c'est également pratiquement la distance entre deux extrêmums si $\Delta\nu \ll \nu_0$
- également observable avec des ondes lumineuses, électroniques...
- utilisé pour mesurer une très faible différence de fréquence entre 2 lasers

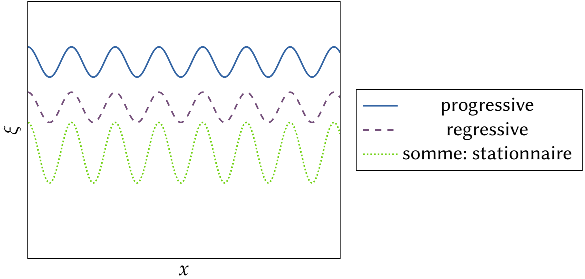
Ondes unidimensionnelles contrapropageantes

- animation
- pour deux ondes progressives (M en dehors du segment $[S_1S_2]$) l'amplitude est indépendante de x : on retrouve une onde progressive dont l'amplitude dépend seulement de S_1S_2 et du déphasage à l'origine des deux ondes (cf cuve)
- pour deux ondes contrapropageantes (M dans le segment $[M_1M_2]$), l'amplitude varie avec la position de M



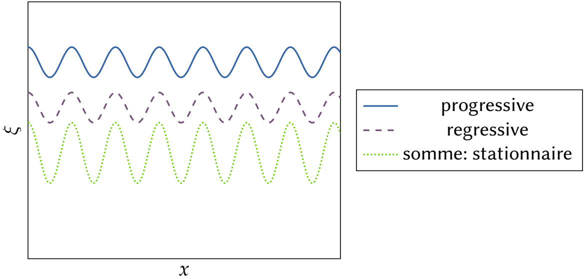
Ondes unidimensionnelles contrapropageantes

- animation
- pour deux ondes progressives (M en dehors du segment $[S_1S_2]$) l'amplitude est indépendante de x : on retrouve une onde progressive dont l'amplitude dépend seulement de S_1S_2 et du déphasage à l'origine des deux ondes (cf cuve)
- pour deux ondes contrapropageantes (M dans le segment $[M_1M_2]$), l'amplitude varie avec la position de M

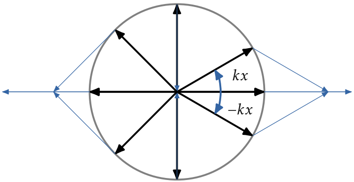


Ondes unidimensionnelles contrapropageantes

- animation
- pour deux ondes progressives (M en dehors du segment $[S_1S_2]$) l'amplitude est indépendante de x : on retrouve une onde progressive dont l'amplitude dépend seulement de S_1S_2 et du déphasage à l'origine des deux ondes (cf cuve)
- pour deux ondes contrapropageantes (M dans le segment $[M_1M_2]$), l'amplitude varie avec la position de M



Construction de Fresnel



- on somme deux ondes contrapropageantes, en $Y\cos(\omega t + kx)$ et $Y\cos(\omega t - kx)$
- construction de Fresnel : ici l'angle correspond à un déplacement spatial, valable $\forall t$
- l'amplitude est :
  - maximale à $2Y$ pour $x = 0$: ventre
  - minimale à 0 pour $kx = \pi/2$, *ie* $x = \lambda/4$: nœud
  - maximale à $2Y$ pour $kx = \pi$, *ie* $x = \lambda/2$: ventre

Ondes unidimensinonelles contrapropageantes

Définition (Onde stationnaire, nœuds et ventres)

Deux ondes unidimensionnelles synchrones contrapropageantes et de même amplitude Y donnent naissance à une onde stationnaire caractérisée par la présence de :

- nœuds où la perturbation est toujours nulle,
- ventres où la perturbation oscille avec une amplitude maximale.

L'onde résultante se met sous la forme :

$$\xi(x,t) = 2Y\cos\left(\omega t + \psi\right)\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi\right)$$

avec ψ et φ deux phases indépendantes de x.
L'amplitude varie sinusoïdalement dans l'espace, avec une « période spatiale » $\lambda/2$. Les variations spatiales (avec x) et temporelles (avec t) de ξ sont découplées.

Ondes unidimensinonelles contrapropageantes

Définition (Onde stationnaire, nœuds et ventres)

Deux ondes unidimensionnelles synchrones contrapropageantes et de même amplitude Y donnent naissance à une onde stationnaire caractérisée par la présence de :

- nœuds où la perturbation est toujours nulle,
- ventres où la perturbation oscille avec une amplitude maximale.

L'onde résultante se met sous la forme :

$$\xi(x,t) = 2Y\cos(\omega t + \psi)\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi\right)$$

avec ψ et φ deux phases indépendantes de x.
L'amplitude varie sinusoïdalement dans l'espace, avec une « période spatiale » $\lambda/2$. Les variations spatiales (avec x) et temporelles (avec t) de ξ sont découplées.

la période est $\lambda/2$ car dans une onde, les 0 et les maxima de $|\xi|$ sont distants de $\lambda/2$

Illustration sur la cuve à ondes

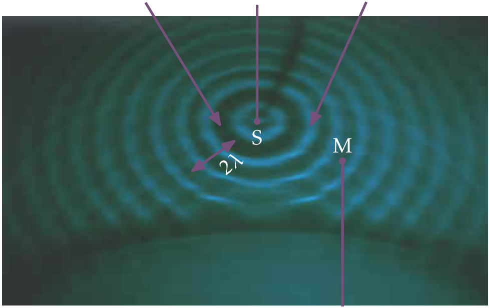
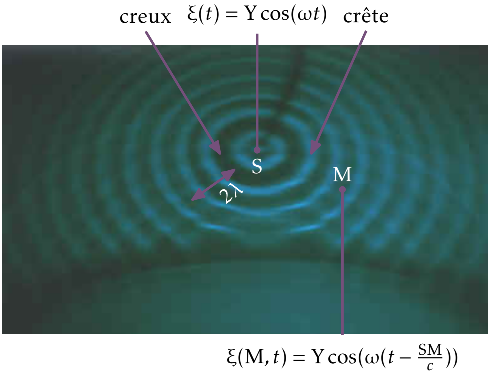
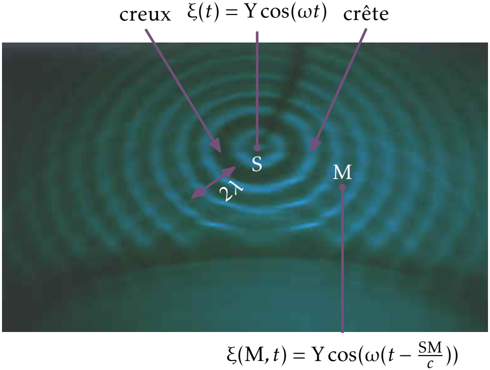


Illustration sur la cuve à ondes



- les crêtes sont lumineuses, les creux sont sombres

Illustration sur la cuve à ondes



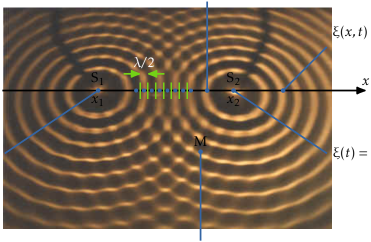
- les crêtes sont lumineuses, les creux sont sombres
- avec un seul vibreur, on observe une propagation en tout point

Illustration sur la cuve à ondes

Illustration sur la cuve à ondes

$$\xi(x,t) = 2Y\cos(\omega t + \frac{\pi(x_1-x_2)}{\lambda})\cos(\frac{2\pi}{\lambda}(x - \frac{x_2+x_1}{2}))$$

$$\xi(x,t) = 2Y\cos(\omega(t-\frac{x}{c}) + \frac{\pi(x_1+x_2)}{\lambda})\cos(\frac{\pi(x_2-x_1)}{\lambda})$$



- ventre
- nœud

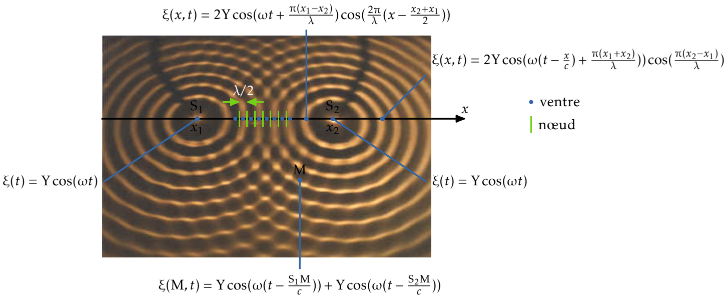
$$\xi(t) = Y\cos(\omega t)$$

$$\xi(t) = Y\cos(\omega t)$$

$$\xi(M,t) = Y\cos(\omega(t-\frac{S_1M}{c})) + Y\cos(\omega(t-\frac{S_2M}{c}))$$

animation avec deux vibreurs, l'onde :

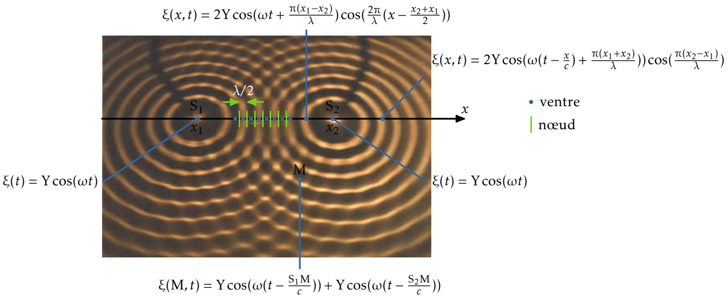
Illustration sur la cuve à ondes



animation avec deux vibreurs, l'onde :

- se propage en tout point hors du segment $[S_1S_2]$

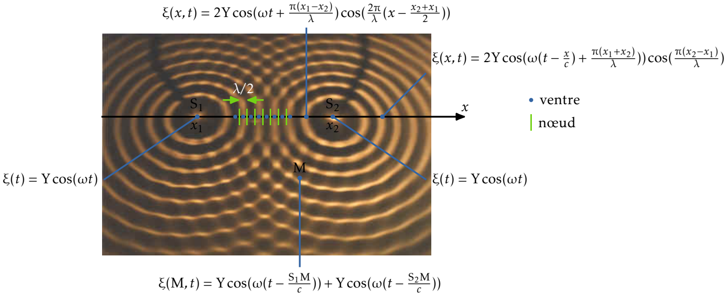
Illustration sur la cuve à ondes



animation avec deux vibreurs, l'onde :

- se propage en tout point hors du segment $[S_1S_2]$
- est progressive sur S_1S_2, avec $x > x_2$

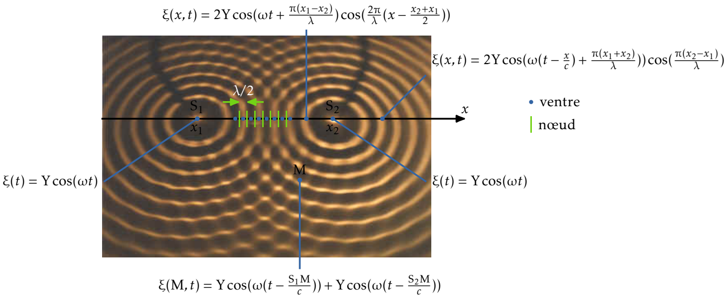
Illustration sur la cuve à ondes



animation avec deux vibreurs, l'onde :

- se propage en tout point hors du segment $[S_1S_2]$
- est progressive sur S_1S_2, avec $x > x_2$
- est régressive sur S_1S_2, avec $x < x_1$

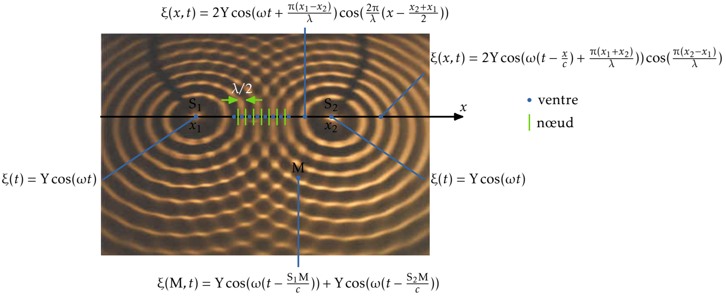
Illustration sur la cuve à ondes



animation avec deux vibreurs, l'onde :

- se propage en tout point hors du segment $[S_1S_2]$
- est progressive sur S_1S_2, avec $x > x_2$
- est régressive sur S_1S_2, avec $x < x_1$
- les ventres (resp. nœuds) sont les centres (frontières) des bandes lumineuses et sombres, distants de $\lambda/2$

Illustration sur la cuve à ondes



animation avec deux vibreurs, l'onde :

- se propage en tout point hors du segment $[S_1S_2]$
- est progressive sur S_1S_2, avec $x > x_2$
- est régressive sur S_1S_2, avec $x < x_1$
- les ventres (resp. nœuds) sont les centres (frontières) des bandes lumineuses et sombres, distants de $\lambda/2$
- est stationnaire dans $[S_1S_2]$, deux nœuds (resp. ventres successifs) étant distants de $\lambda/2$

Observations

on fixe une extrémité B de la corde (longueur L), on excite l'autre A à différentes fréquences, on observe au stroboscope

- onde stationnaire pour certaines valeurs de la fréquence multiples d'une fréquence f_0

Observations

on fixe une extrémité B de la corde (longueur L), on excite l'autre A à différentes fréquences, on observe au stroboscope

- onde stationnaire pour certaines valeurs de la fréquence multiples d'une fréquence f_0
- un fuseau pour f_0

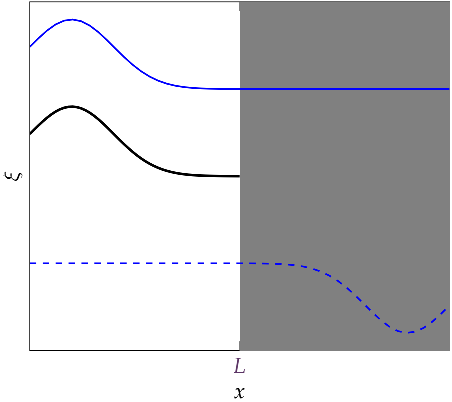
Observations

on fixe une extrémité B de la corde (longueur L), on excite l'autre A à différentes fréquences, on observe au stroboscope

- onde stationnaire pour certaines valeurs de la fréquence multiples d'une fréquence f_0
- un fuseau pour f_0
- 2 fuseaux pour $2f_0$ ...

Réflexion d'une onde

une onde stationnaire a pour origine les interférences entre les réflexions successives d'une onde sur les extrémités



Réflexion d'une onde

- le mur en $x = L$ impose $\xi(x = L\,, t) = 0$ à chaque instant

Réflexion d'une onde

- le mur en $x = L$ impose $\xi(x = L, t) = 0$ à chaque instant
- les interférences entre l'onde incidente $\xi_i(x, t)$ et une onde contrapropageante synchrone et en opposition de phase $\xi_r(x, t)$ réalisent $\xi_i(x = L, t) + \xi_r(x = L, t) = 0 \forall t$

Réflexion d'une onde

- le mur en $x = L$ impose $\xi(x = L\,, t) = 0$ à chaque instant
- les interférences entre l'onde incidente $\xi_i(x\,, t)$ et une onde contrapropageante synchrone et en opposition de phase $\xi_r(x\,, t)$ réalisent $\xi_i(x = L\,, t) + \xi_r(x = L\,, t) = 0 \forall t$
- on aura le même phénomène pour une onde incidente sinusoïdale

Réflexions multiples

- animation (avec high tension, $f_0 = 0{,}42\,\mathrm{Hz}$)
- on envoie une onde progressive
- elle se réfléchit en B à $t = L/c$ en donnant naissance à une onde régressive en B $\times -1$ pour assurer une perturbation nulle au point fixe B
- elle se réfléchit en A à $t = 2L/c$ pour donner une onde progressive $\times -1$de nouveau, soit $\times +1$
- si l'onde progressive initiale est périodique de période $2L/c$,
  - les deux ondes progressives se somment : interférence constructive
  - les ondes progressive et régressive « se rencontrent » toujours au même endroit : on obtient un onde stationnaire
- si les différentes ondes progressives (et régressives) interfèrent constructivement, leur amplitude croît (limitée par les pertes énergétiques)
- si l'excitation est de faible amplitude, on considère A fixe : le déphasage y est aussi de π
- interférences constructives (progressives et régressives) pour

$$2\pi + \frac{4\pi L}{\lambda} = 0 \pmod{2\pi} \to L = \frac{\lambda}{2} \pmod{\frac{\lambda}{2}}$$

Modes propres

Définition (Modes propres)

Les modes propres d'une corde vibrante fixée à ses deux extrémités (dite corde de Melde) sont les ondes stationnaires dont les extrémités de la corde sont des nœuds. En notant L la longueur de la corde et c la célérité des ondes qui s'y propagent, les fréquences propres sont des multiples de la fréquence fondamentale

$$f_1 = \frac{c}{2L}.$$

Modes propres

Détermination

Dans un mode propre d'une corde de Melde de longueur L siège d'ondes de célérité c, les variations de la perturbation $\xi(x\,,t)$ avec la position x et le temps t sont découplées. Pour le mode de rang n :

$$\xi_n(x,t) \propto g(t)h(x) = \cos\left(2n\pi f_1 t + \varphi_n\right)\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right).$$

On détermine :

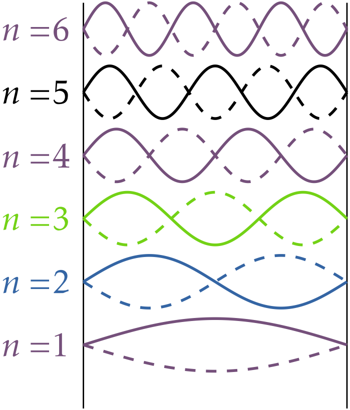
- la variation spatiale $h(x)$ en cherchant les fonctions sinusoïdales de x vérifiant les conditions au limites :

$$h(0) = h(L) = 0.$$

- à chacun de ces modes correspond une seule fréquence $f_n = nc/(2L)/$,
- ces modes les sommes de deux ondes contrapropageantes de fréquence f_n et de vecteur d'onde $k_n = n\pi/L = \omega_n/c$,
- n correspond au nombre de fuseaux.

Modes propres

- fondamental f_1 : un fuseau, un ventre au centre comme tous les harmoniques de rang pair
- 1[er] harmonique $2f_1$: 2 fuseaux, deux ventres en opposition de phase, un nœud au centre comme tous les harmoniques de rang impair



Modes propres

- avec un vibreur, toute fréquence donne une onde stationnaire, d'amplitude variable
- les modes propres (extrémité fixée) sont ceux pour lesquels l'amplitude diverge avec un vibreur

Exemple de la guitare

- cordes fixées entre le chevalet et le sillet
- mode fondamental en grattant la corde à vide
- on bloque une corde avec le doigt pour diminuer L et augmenter la fréquence (plus aigu) animation
- en diminuant L d'1/2, on multiplie f par 2 : la note est une octave plus aiguë
- à longueur et tension fixée, la fréquence varie avec la corde car la vitesse c croît avec la tension T corde, décroissant avec sa masse linéique μ : $c = \sqrt{T/\mu}$

Vibration quelconque

Vibration quelconque

- l'excitation ne correspond jamais exactement à un mode particulier,

Vibration quelconque

- l'excitation ne correspond jamais exactement à un mode particulier,
- on reconnaît pourtant la note, caractéristique du fondamental

Vibration quelconque

- l'excitation ne correspond jamais exactement à un mode particulier,
- on reconnaît pourtant la note, caractéristique du fondamental
- on peut décomposer avec Fourier

Vibration quelconque

Décomposition en modes propres

Toute vibration d'une corde vibrante peut s'écrire comme une somme de vibrations correspondant à des modes propres, d'amplitudes et de phases différentes.

Vibration quelconque

Décomposition en modes propres

Toute vibration d'une corde vibrante peut s'écrire comme une somme de vibrations correspondant à des modes propres, d'amplitudes et de phases différentes.

Vibration quelconque

Décomposition en modes propres

Toute vibration d'une corde vibrante peut s'écrire comme une somme de vibrations correspondant à des modes propres, d'amplitudes et de phases différentes.

- le fondamental donne la note, le poids relatif et la phase des harmoniques donne le timbre
  http ://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/son/guitare.php

Vibration quelconque

Décomposition en modes propres

Toute vibration d'une corde vibrante peut s'écrire comme une somme de vibrations correspondant à des modes propres, d'amplitudes et de phases différentes.

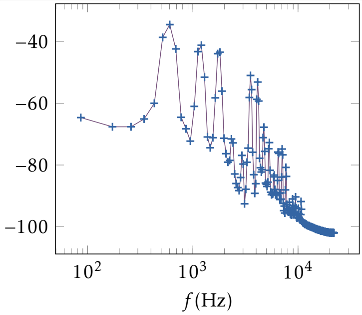
- le fondamental donne la note, le poids relatif et la phase des harmoniques donne le timbre
  `http ://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/son/guitare.php`
- on décompose selon :

$$\xi(x,t) = \sum_{n=1}^{+\infty} a_n sin(\frac{n\pi x}{L}) \cos(\omega_n t + \varphi_n)$$

Vibration quelconque

Décomposition en modes propres

Toute vibration d'une corde vibrante peut s'écrire comme une somme de vibrations correspondant à des modes propres, d'amplitudes et de phases différentes.

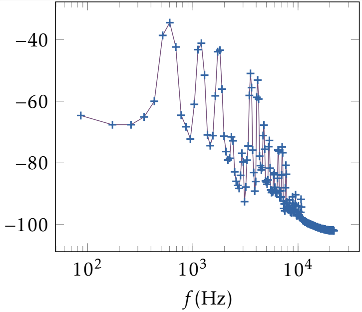


- on observe des pics pour les fréquences multiples de $f_1 = 587\,\mathrm{Hz}$
- les amplitudes de chaque pic dépendent des conditions initiales : forme de la corde et vitesse de chacun des points à $t = 0$

Vibration quelconque

Décomposition en modes propres

Toute vibration d'une corde vibrante peut s'écrire comme une somme de vibrations correspondant à des modes propres, d'amplitudes et de phases différentes.



- on observe des pics pour les fréquences multiples de $f_1 = 587\,\text{Hz}$
- les amplitudes de chaque pic dépendent des conditions initiales : forme de la corde et vitesse de chacun des points à $t = 0$

http ://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/son/analyseur.php

Onde plane

- sur une corde : le milieu de propagation est unidimensionnel

Onde plane

- sur une corde : le milieu de propagation est unidimensionnel
- à la surface de l'eau : le milieu est bidimensionnel

Onde plane

- sur une corde : le milieu de propagation est unidimensionnel
- à la surface de l'eau : le milieu est bidimensionnel
- son : le milieu est tridimensionnel

Onde plane

- sur une corde : le milieu de propagation est unidimensionnel
- à la surface de l'eau : le milieu est bidimensionnel
- son : le milieu est tridimensionnel

Onde plane

- sur une corde : le milieu de propagation est unidimensionnel
- à la surface de l'eau : le milieu est bidimensionnel
- son : le milieu est tridimensionnel

Une onde peut cependant s'y propager de manière unidimensionnelle :

Définition (Front d'onde et onde plane)

Un front d'onde est une surface formée des points où le phase est la même. Une onde plane est une onde dont les fronts d'ondes sont des plans tous perpendiculaires à la direction de propagation de l'onde.

Onde plane

- sur une corde : le milieu de propagation est unidimensionnel
- à la surface de l'eau : le milieu est bidimensionnel
- son : le milieu est tridimensionnel

Une onde peut cependant s'y propager de manière unidimensionnelle :

Définition (Front d'onde et onde plane)

Un front d'onde est une surface formée des points où le phase est la même. Une onde plane est une onde dont les fronts d'ondes sont des plans tous perpendiculaires à la direction de propagation de l'onde.

Onde plane

- sur une corde : le milieu de propagation est unidimensionnel
- à la surface de l'eau : le milieu est bidimensionnel
- son : le milieu est tridimensionnel

Une onde peut cependant s'y propager de manière unidimensionnelle :

Définition (Front d'onde et onde plane)

Un front d'onde est une surface formée des points où le phase est la même. Une onde plane est une onde dont les fronts d'ondes sont des plans tous perpendiculaires à la direction de propagation de l'onde.

- pour une onde issue d'une source ponctuelle dans un milieu isotrope, les fronts d'ondes sont des sphères

Onde plane

- sur une corde : le milieu de propagation est unidimensionnel
- à la surface de l'eau : le milieu est bidimensionnel
- son : le milieu est tridimensionnel

Une onde peut cependant s'y propager de manière unidimensionnelle :

Définition (Front d'onde et onde plane)

Un front d'onde est une surface formée des points où le phase est la même. Une onde plane est une onde dont les fronts d'ondes sont des plans tous perpendiculaires à la direction de propagation de l'onde.

- pour une onde issue d'une source ponctuelle dans un milieu isotrope, les fronts d'ondes sont des sphères
- issue d'une source ponctuelle à la surface de l'eau, des cercles

Onde plane

- sur une corde : le milieu de propagation est unidimensionnel
- à la surface de l'eau : le milieu est bidimensionnel
- son : le milieu est tridimensionnel

Une onde peut cependant s'y propager de manière unidimensionnelle :

Définition (Front d'onde et onde plane)

Un front d'onde est une surface formée des points où le phase est la même.
Une onde plane est une onde dont les fronts d'ondes sont des plans tous perpendiculaires à la direction de propagation de l'onde.

- pour une onde issue d'une source ponctuelle dans un milieu isotrope, les fronts d'ondes sont des sphères
- issue d'une source ponctuelle à la surface de l'eau, des cercles
- avec une source étendue rectiligne/des sources ponctuelles alignées : onde quasi plane, on a : (ξ = f (t-x/c)) qui ne dépend que de la coordonnée x dans la direction de propagation.

Extension finie

- une vraie onde plane s'étend à l'infini dans les plans orthogonaux à $\overrightarrow{e}_x$

Extension finie

- une vraie onde plane s'étend à l'infini dans les plans orthogonaux à $\vec{e}_x$
- une onde produite avec un segment/réduite par un obstacle ne peute pas être rigoureusement plane

Extension finie

- une vraie onde plane s'étend à l'infini dans les plans orthogonaux à $\overrightarrow{e}_x$
- une onde produite avec un segment/réduite par un obstacle ne peute pas être rigoureusement plane
- les bords se comportent « comme des sources ponctuelles »

Extension finie

- une vraie onde plane s'étend à l'infini dans les plans orthogonaux à $\vec{e}_x$
- une onde produite avec un segment/réduite par un obstacle ne peute pas être rigoureusement plane
- les bords se comportent « comme des sources ponctuelles »
  - l'onde diverge après une ouverture

Extension finie

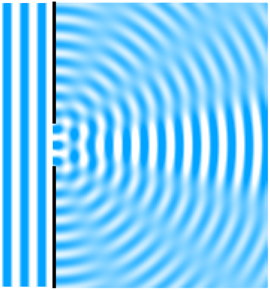
- une vraie onde plane s'étend à l'infini dans les plans orthogonaux à $\vec{e}_x$
- une onde produite avec un segment/réduite par un obstacle ne peute pas être rigoureusement plane
- les bords se comportent « comme des sources ponctuelles »
  - l'onde diverge après une ouverture
  - l'onde converge après un obstacle

Extension finie

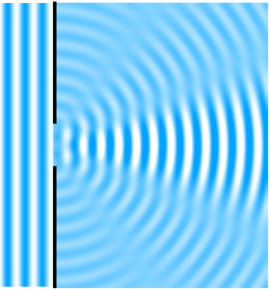
- une vraie onde plane s'étend à l'infini dans les plans orthogonaux à $\vec{e}_x$
- une onde produite avec un segment/réduite par un obstacle ne peute pas être rigoureusement plane
- les bords se comportent « comme des sources ponctuelles »
  - l'onde diverge après une ouverture
  - l'onde converge après un obstacle
  - l'amplitude varie également comme lors d'une interférence à deux ondes

Extension finie

- modèle de propagation des ondes : chaque point atteint devient une source ponctuelle
- les interférences entre leurs ondes donnent l'onde globale



simulation de l'onde produite par 3 sources sur la fente



simulation de l'onde produite par 200 sources sur la fente

- animation
- sur la cuve à ondes, on distingue un cône dont l'angle est d'autant plus grand que :

- animation
- sur la cuve à ondes, on distingue un cône dont l'angle est d'autant plus grand que :
- la fente est fine

- animation
- sur la cuve à ondes, on distingue un cône dont l'angle est d'autant plus grand que :
- la fente est fine
- la longueur d'onde est grande

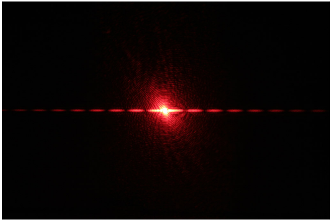
Définition (Cône de diffraction)

Une onde de longueur d'onde λ tombant sur une ouverture de taille caractéristique d dans la direction perpendiculaire à sa propagation est diffractée. Loin en aval de l'ouverture, la perturbation est essentiellement concentrée dans un cône de demi angle au sommet θ tel que :

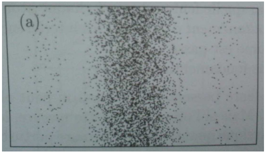
$$\sin(\theta) \simeq \frac{\lambda}{d}.$$

Ubiquité

la diffraction est commune à tous les phénomènes ondulatoires, quelle que soit la nature de l'onde



Diffraction de la lumière par une fente



Diffraction d'un faisceau d'atomes par une fente (cf. Mécanique Quantique)

Ubiquité

la diffraction est commune à tous les phénomènes ondulatoires, quelle que soit la nature de l'onde

Ubiquité

la diffraction est commune à tous les phénomènes ondulatoires, quelle que soit la nature de l'onde

Ubiquité

la diffraction est commune à tous les phénomènes ondulatoires, quelle que soit la nature de l'onde

- diffraction observable seulement si d est de l'ordre (ou plus petit) que λ

Ubiquité

la diffraction est commune à tous les phénomènes ondulatoires, quelle que soit la nature de l'onde

- diffraction observable seulement si d est de l'ordre (ou plus petit) que λ
- mêmes résultats qualitatifs quelle se soit la forme de l'ouverture

Ubiquité

la diffraction est commune à tous les phénomènes ondulatoires, quelle que soit la nature de l'onde

- diffraction observable seulement si d est de l'ordre (ou plus petit) que λ
- mêmes résultats qualitatifs quelle se soit la forme de l'ouverture
- à grande distance, la figure de diffraction ne dépend que de la direction d'observation : on parle de diffraction à l'infini

Indispensable

- expressions de la phase d'une onde progressive régressive en fonction de x , t
- relations entre fréquence, période, pulsation, longueur d'onde et célérité pour une onde sinusoïdale
- déphasages remarquables
- principe de la décomposition en série de Fourier
- conditions sur les phases de deux ondes pour avoir des interférences constructives/destructives
- découplage de x et t pour une onde stationnaire
- détermination des fréquences des modes propres à l'aide des conditions aux limites
- cône de diffraction