- différents phénomènes physiques peuvent servir de support à un signal
- ils diffèrent par :
  - le ***milieu*** de propagation
  - la gamme de fréquences pertinentes

> **Définition : Signal**
> Un ***signal*** est la variation temporelle et/ou spatiale d'une ou de plusieurs grandeurs physiques.

Signaux acoustiques

> **Définition : Signal acoustique**
> Un signal acoustique correspond à la variation conjointe de la pression et de la vitesse des constituants du milieu

Signaux électriques

Qu'est-ce qu'un signal ADSL, téléphone filaire ?

> **Définition : Signal électrique**
> Un signal électrique correspond à la variation conjointe de la tension et de l'intensité du courant dans un circuit

Ordres de grandeur

mécanique	sismique	1 Hz → 100 Hz	
	gravitationnelle	10 Hz → 400 Hz	LIGO2015
	acoustique (audible)	20 Hz → 20 kHz	
électromagnétique	hertzien	$1\cdot10^{4}$ Hz → $1\cdot10^{11}$ Hz	antennes télécom, µ-ondes
	infrarouge	$1\cdot10^{12}$ Hz → $1\cdot10^{13}$ Hz	chauffage, laser, observation nocture
	visible	$1\cdot10^{14}$ Hz	
	ultraviolet	$1\cdot10^{15}$ Hz → $1\cdot10^{17}$ Hz	analyse chimique
	X	$1\cdot10^{17}$ Hz → $1\cdot10^{21}$ Hz	radiothérapie, imagerie médicale et industrielle
	γ	$1\cdot10^{21}$ Hz → ...	physique nucléaire, radioactivité, gammascopie, radiothérapie
électrique	basse fréquence	→ $1\cdot10^{6}$ Hz	en TP
	haute fréquence:	→ $1\cdot10^{11}$ Hz	pour l'émission/réception des ondes hertziennes

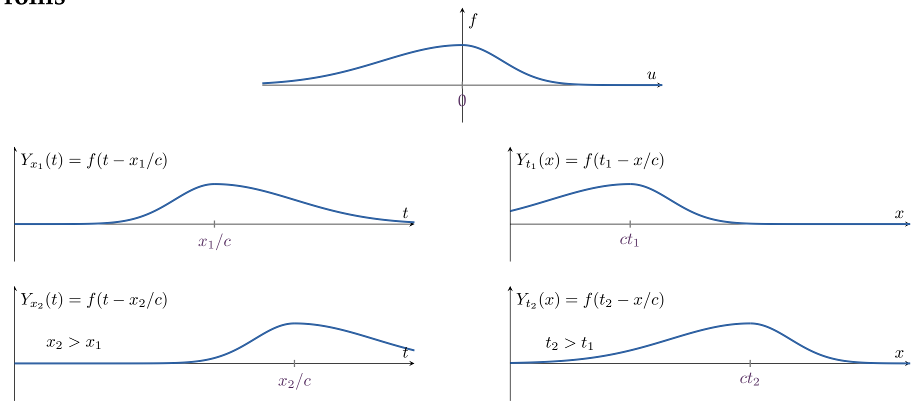
Onde mécanique progressive

> **Définition : Onde mécanique progressive**
> Une onde mécanique progressive est une perturbation d'un milieu ***matériel*** s'y propageant ***sans déplacement global de matière***

Variations spatiale et temporelle

> **Définition : Célérité d'une onde et sens de propagation**
> Une onde se propage à la ***célérité*** c si les évolutions temporelles des perturbations notées y_A et y_B en deux points A et B points vérifient :
> $$y_B(t) = y_A(t - \frac{AB}{c}) \quad \text{ou: } y_A(t) = y_B(t - \frac{AB}{c}).$$
> Le premier (resp. deuxième) cas correspond à une propagation de A vers B (resp. de B vers A).

Profils



la même fonction mathématique d'***1*** variable permet de représenter les variations ***spatiale*** et ***temporelle*** de l'excitation en tout point

Ondes régressives et généralisation

Champ de perturbation d'une onde de célérité c
Le signal associé à une onde se propageant unidimensionnellement dans un milieu linéaire et non dispersif à la célérité c est de la forme

$$f(x-ct) \quad \text{ou} \quad g\left(t-\frac{x}{c}\right)$$

dans le cas d'une onde ***progressive*** se propageant vers les x croissants
ou de la forme

$$f(x+ct) \quad \text{ou} \quad g\left(t+\frac{x}{c}\right)$$

dans le cas d'une onde ***régressive*** se propageant vers les x décroissants.

Source ponctuelle dans les cas 2D et 3D

Source ponctuelle
La perturbation créée au point M et à l'instant t par une source ponctuelle située au point M se met sous la forme :

$$\xi = a(OM)f(t-\frac{OM}{c}),$$

dans laquelle, même en l'absence de phénomènes dissipatifs, l'amplitude $a(OM)$ décroît avec la distance OM pour les cas 2D et 3D

Double périodicinté : périodicité temporelle

Définition : Période
La période d'un signal périodique est le plus petit intervalle de temps T tel que pour tous $x\,,t$:

$$\xi(x,t+T) = \xi(x,t)$$

Double périodicité : périodicité spatiale

Définition : Longueur d'onde
La longueur d'onde d'un signal périodique est la plus petite distance λ telle que pour tous $x\,,t$:

$$\xi(x+\lambda,t) = \xi(x,t).$$

On a $\lambda = cT = c/\nu = 2\pi/k$.

Déphasage

Définition : Phase d'une onde sinusoïdale
La phase d'une onde sinusoïdale ***en un point*** M ***et à un instant*** t, notée $\Phi(M\,,t)$ caractérise complètement son évolution.

Le déphasage entre deux points M_1 et M_2 est indépendant du temps, il ne dépend que de la distance les séparant. On a, à 1D :

$$\Phi(M_2) - \Phi(M_1) = \frac{2\pi(x_1-x_2)}{\lambda}.$$

Déphasages remarquables

- M_2 et M_1 ***en phase***

$$\Phi(M_2) = \Phi(M_1) \pmod{2\pi} \Leftrightarrow x_1 - x_2 = p\lambda \Leftrightarrow \xi(M_2,t) = \xi(M_1,t) \forall t$$

- M_2 en quadrature ***avance*** par rapport à M_1 :

$$\Phi(M_2) = \Phi(M_1) + \frac{\pi}{2} \pmod{2\pi} \to x_1 - x_2 = \frac{\lambda}{4} + p\lambda.$$

ξ ***maximal*** en M_2 quand il est ***nul*** et ***croissant*** en M_1

- M_2 en quadrature ***retard*** par rapport à M_1 :

$$\Phi(M_2) = \Phi(M_1) - \frac{\pi}{2} \pmod{2\pi} \Rightarrow x_1 - x_2 = -\frac{\lambda}{4} + p\lambda.$$

ξ ***maximal*** en M_2 quand il est ***nul*** et ***décroissant*** en M_1

- M_2 en ***opposition de phase*** par rapport à M_1 :

$$\Phi(M_2) = \Phi(M_1) + \pi \pmod{2\pi} \Leftrightarrow \xi(M_2,t) = -\xi(M_1,t) \Leftrightarrow x_1 - x_2 = \frac{\lambda}{2} + p\lambda$$

Décomposition en sinusoïdes : fonctions périodiques

Fonctions périodiques: série de Fourier

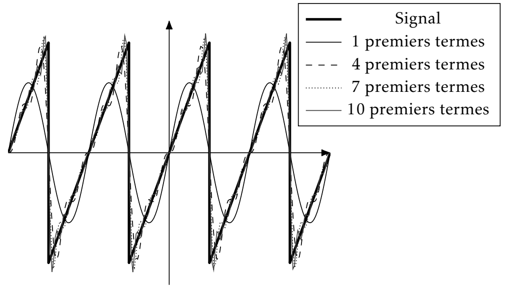
La plupart des fonctions $Y(t)$ T-périodiques peuvent être décomposées en une ***série de Fourier***[i] :

$$Y(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} Y_n \cos(\omega_n t + \psi_n) \quad \text{avec: } \omega_n = \frac{2\pi n}{T}$$

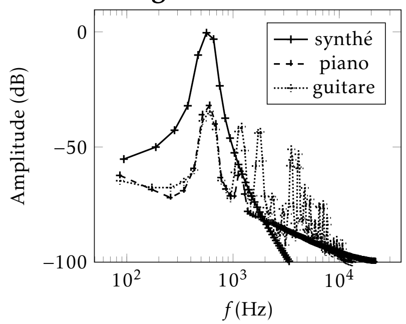
La fonction $Y_n \cos(\omega_n t + \psi_n)$, $n > 1$ est dite ***harmonique de rang*** n. Celle de rang 1 est dite ***fondamentale***.

i. J. B. F. Fourier, mathématicien français (1768-1830).

Approximations d'une fonction périodique

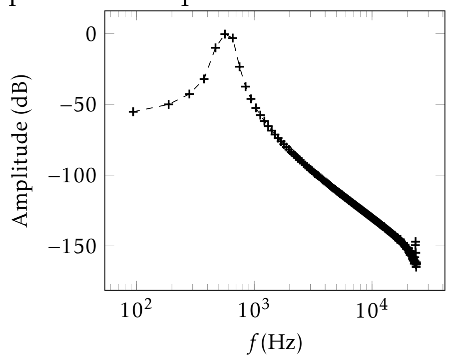


Spectre d'un signal

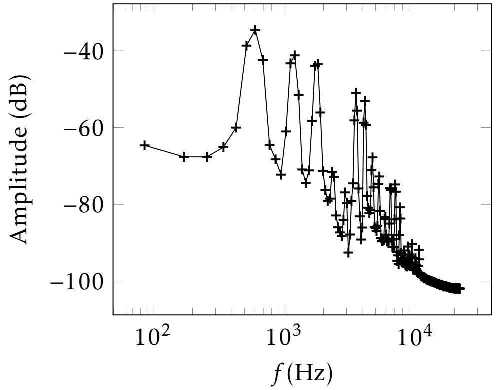


- ***les trois sons ont la même hauteur (ré4*** 587 Hz***)***
- ***le son du synthétiseur est le plus pur***
- ***celui de la guitare contient le plus d'harmoniques***

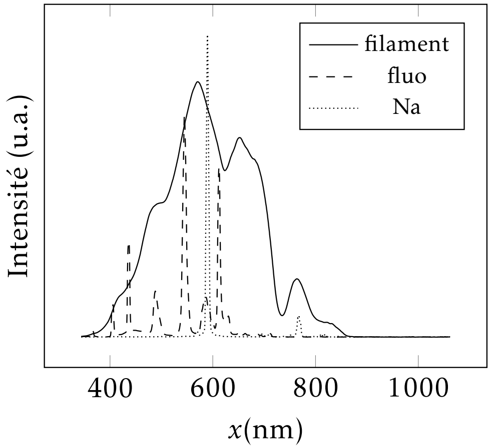
spectre numérique d'une sinusoïde



spectre numérique d'une corde de guitare (Ré5)



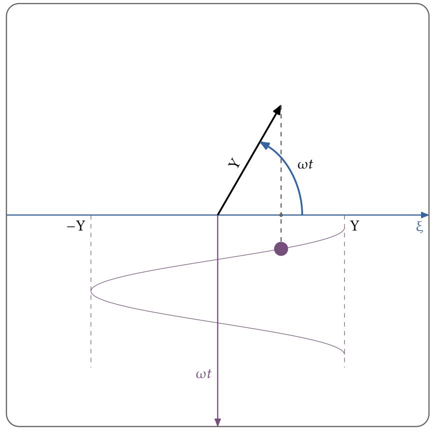
spectres d’un spectromètre à fibre



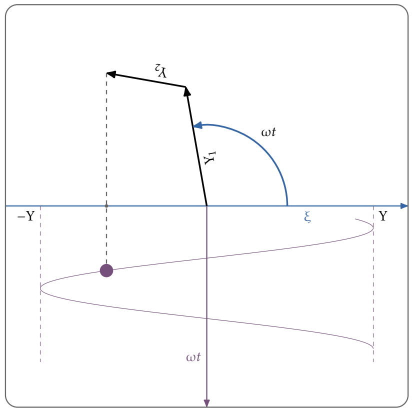
Milieu linéaire

> **Définition : Milieu linéaire et principe de superposition**
> Un milieu est dit ***linéaire*** si la réponse à une combinaison linéaire de signaux est la même combinaison linéaires des réponses à chaque signal pris séparément. Il obéit au ***principe de superposition***.

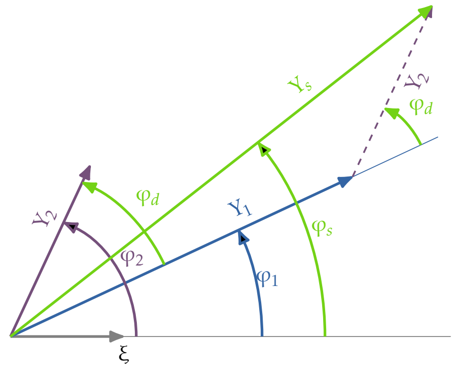
Représentation de Fresnel : principe



Représentation de Fresnel : Utilisation



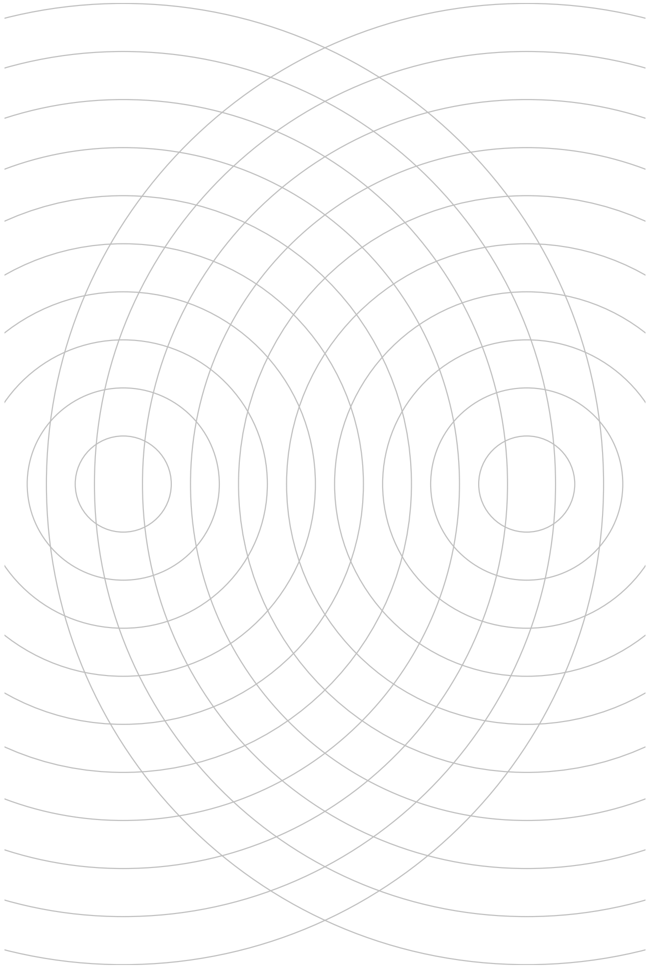
Détermination graphique



Conditions d'interférences

> **Conditions d'interférences**
> Les ondes ***synchrones*** de longueur d'onde λ émises par deux sources S_1 et S_2 ***en phase*** interfèrent :
>
> - ***constructivement*** aux points M tels que $S_2M - S_1M = p\lambda \quad p \in \mathbb{Z}$
> - ***destructivement*** aux points M tels que $S_2M - S_1M = \frac{\lambda}{2} + p\lambda \quad p \in \mathbb{Z}$
>
> L'amplitude en interférences constructives (resp. destructives) est maximale (resp. minimale) si elles ont même amplitude X, elle vaut alors $2X$ (resp. 0).

Détermination graphique des interférences constructives

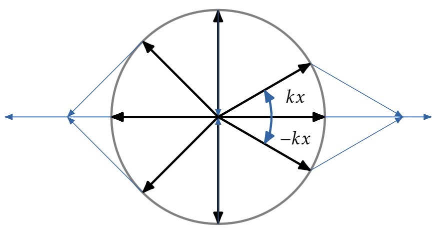


Fréquence de battement

Fréquence de battement
La somme de deux fonctions sinusoïdales $g_1(u)$ et $g_2(u)$ de fréquences ν_1 et ν_2 ***proches*** est une fonction ***quasi-périodique*** dont l'amplitude varie lentement. Dans le cas où g_1 et g_2 ont même amplitude g_0, la somme $g_1 + g_2$ peut être décrite comme :

- une sinusoïde à la ***fréquence moyenne*** $\nu_0 = (\nu_1 + \nu_2)/2$,
- dont l'amplitude oscille sinusoïdalement à la ***fréquence différence*** $\Delta\nu = |\nu_2 - \nu_1|$, d'autant plus faible que ν_2 et ν_1 sont proches.

Construction de Fresnel



Ondes unidimensinonelles contrapropageantes

Définition : Onde stationnaire, nœuds et ventres
Deux ondes unidimensionnelles ***synchrones*** contrapropageantes et ***de même amplitude*** Y donnent naissance à une ***onde stationnaire*** caractérisée par la présence de :

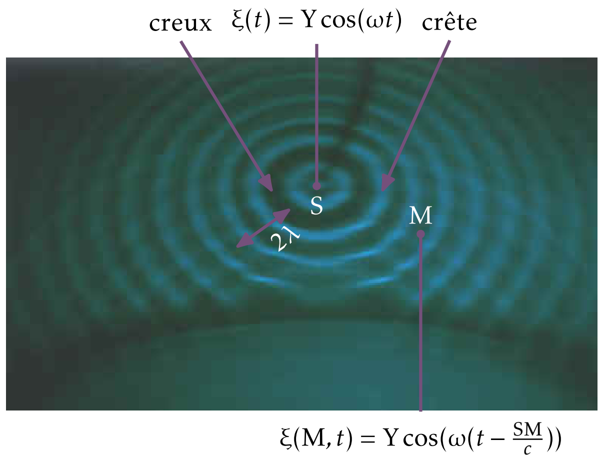
- ***nœuds*** où la perturbation est toujours nulle,
- ***ventres*** où la perturbation oscille avec une amplitude maximale.

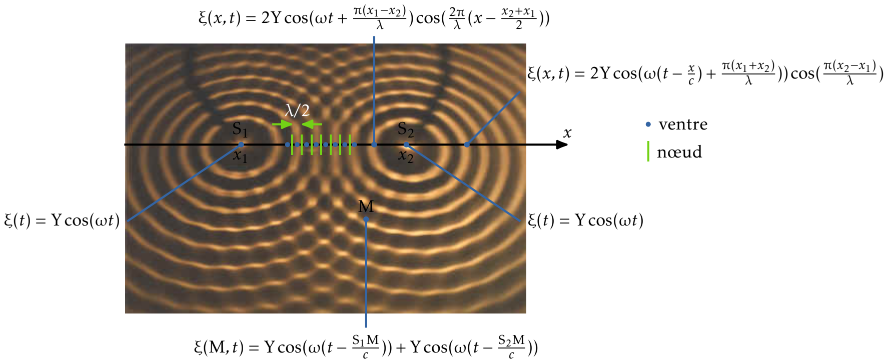
L'onde résultante se met sous la forme :

$$\xi(x,t) = 2Y \cos(\omega t + \psi) \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi\right)$$

avec ψ et φ deux phases ***indépendantes*** de x.
L'amplitude varie sinusoïdalement dans l'espace, avec une « période spatiale » $\lambda/2$. Les variations spatiales (avec x) et temporelles (avec t) de ξ sont ***découplées***.

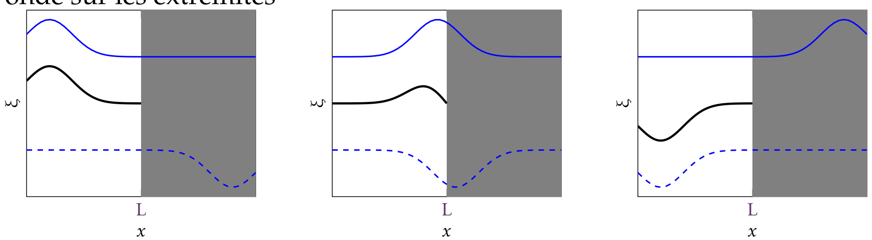
Illustration sur la cuve à ondes





Réflexion d'une onde

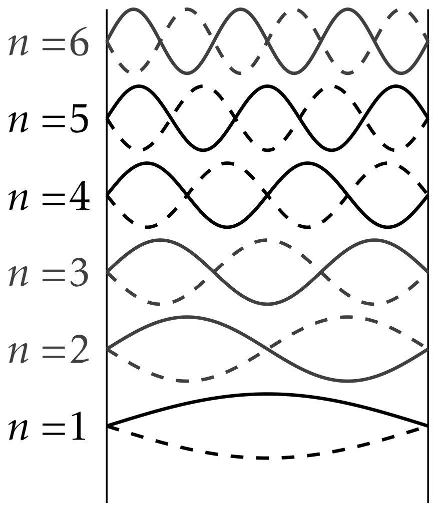
une onde stationnaire a pour origine les interférences entre les ***réflexions*** successives d'une onde sur les extrémités



Modes propres

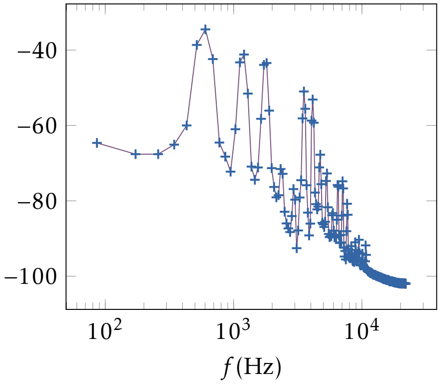
> **Définition : Modes propres**
> Les ***modes propres*** d'une corde vibrante fixée à ses deux extrémités (dite corde de Melde) sont les ondes ***stationnaires*** dont les extrémités de la corde sont des nœuds. En notant L la longueur de la corde et c la célérité des ondes qui s'y propagent, les ***fréquences propres*** sont des multiples de la ***fréquence fondamentale***
> $$f_1 = \frac{c}{2L}.$$

> **Détermination**
> Dans un mode propre d'une corde de Melde de longueur L siège d'ondes de célérité c, les variations de la perturbation $\xi(x\,,t)$ avec la position x et le temps t sont ***découplées***. Pour le mode de ***rang*** n :
> $$\xi_n(x,t) \propto g(t)h(x) = \cos\left(2n\pi f_1 t + \varphi_n\right)\sin(\frac{n\pi x}{L}).$$
> détermine :
> - la variation spatiale $h(x)$ en cherchant les fonctions sinusoïdales de x vérifiant les ***conditions au limites*** :
> $$h(0) = h(L) = 0.$$
> - à chacun de ces modes correspond une seule fréquence $f_n = nc/(2L)/$,
> - ces modes les sommes de deux ondes contrapropageantes de fréquence f_n et de vecteur d'onde $k_n = n\pi/L = \omega_n/c$,
> - n correspond au nombre de fuseaux.



Vibration quelconque

Décomposition en modes propres
Toute vibration d'une corde vibrante peut s'écrire comme une somme de vibrations correspondant à des modes propres, d'amplitudes et de phases différentes.



- on observe des pics pour les fréquences multiples de $f_1 = 587\,\mathrm{Hz}$
- les amplitudes de chaque pic dépendent des conditions initiales : forme de la corde et vitesse de chacun des points à $t = 0$

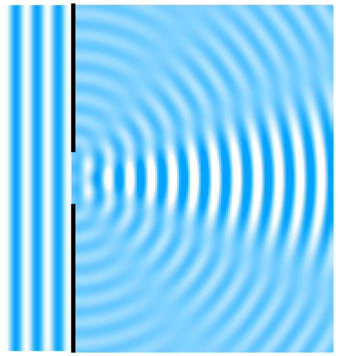
Onde plane

Définition : Front d'onde et onde plane
Un front d'onde est une surface formée des points où le ***phase*** est la même. Une onde ***plane*** est une onde dont les fronts d'ondes sont des plans tous perpendiculaires à la direction de propagation de l'onde.

Extension finie

- modèle de propagation des ondes : chaque point atteint devient une source ponctuelle
- les interférences entre leurs ondes donnent l'onde globale

simulation de l'onde produite par 3 sources sur la fente

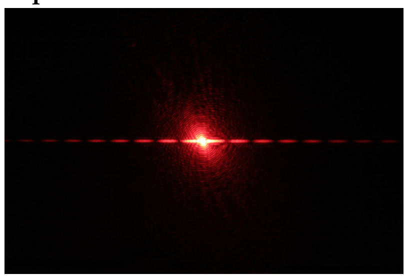


simulation de l'onde produite par 200 sources sur la fente

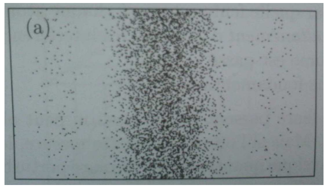
Définition : Cône de diffraction
Une onde de longueur d'onde λ tombant sur une ouverture de taille caractéristique d dans la direction perpendiculaire à sa propagation est ***diffractée***. Loin en aval de l'ouverture, la perturbation est essentiellement concentrée dans un cône de demi angle au sommet θ tel que :

$$\sin(\theta) \simeq \frac{\lambda}{d}.$$

Ubiquité



Diffraction de la lumière par une fente



Diffraction d'un faisceau d'atomes par une fente (cf. Mécanique Quantique)

Indispensable

Indispensable

- expressions de la phase d'une onde progressive régressive en fonction de x , t
- relations entre fréquence, période, pulsation, longueur d'onde et célérité pour une onde sinusoïdale
- déphasages remarquables
- principe de la décomposition en série de Fourier
- conditions sur les phases de deux ondes pour avoir des interférences constructives/destructives
- découplage de x et t pour une onde stationnaire
- détermination des fréquences des modes propres à l'aide des conditions aux limites
- cône de diffraction